

O uso de materiais manipuláveis para o desenvolvimento do sentido de número e competências de cálculo

Helena Pinto

Colégio Nova Encosta, Paços de Ferreira, Portugal

Nuno Silva¹

Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico do Porto, Portugal
Agrupamento de Escolas D. Pedro IV, Vila do Conde, Portugal

Ana Maia

Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico do Porto, Portugal

RESUMO

A presente investigação procurou compreender o impacto da utilização de materiais manipuláveis no desenvolvimento do sentido de número e do cálculo mental em alunos do 1.º ano de escolaridade. Inserido numa abordagem de investigação-ação, o estudo foi desenvolvido com uma turma de 18 alunos, ao longo de três semanas. A intervenção baseou-se numa sequência de tarefas que envolveram o uso da moldura do 10, colar de contas e cartões de pontos, promovendo a representação, decomposição aditiva de números e resolução de problemas. Os dados recolhidos através de observações, produções dos alunos e pré e pós-testes revelaram progressos na utilização de estratégias cognitivamente mais eficientes. Verificou-se a transição de estratégias baseadas na contagem para outras mais flexíveis e estruturadas, evidenciando uma evolução no desenvolvimento do sentido de número. Os resultados reforçam o valor pedagógico dos materiais manipuláveis, quando integrados em práticas intencionais e reflexivas.

Palavras-chave: Material manipulável; Comunicação matemática; Sentido de número.

ABSTRACT

This study aimed to understand the impact of using manipulatives on the development of number sense and mental calculation in first-grade students. Conducted within an action-research framework, the study involved a class of 18 students over three weeks. The intervention consisted of a sequence of tasks using the ten-frame, bead string, and dot cards, promoting representation, decomposition, and problem-solving. Data were collected through observations, students' productions, and pre-test and post-test. Results showed progress in the use of more efficient strategies, with a clear shift from counting-based approaches to more structured and flexible reasoning. The findings highlight the pedagogical value of manipulatives when used in intentional and reflective teaching practices.

Keywords: Manipulative material; Mathematical communication; Number sense.

¹ Endereço de contacto: nunosilva@ese.ipp.pt

1. Introdução

Nas Aprendizagens Essenciais de Matemática, refere-se que

no 1.º ciclo, importa que os alunos desenvolvam uma compreensão do sentido de número, em relação com a forma como os números são usados no dia a dia e usem esse conhecimento e o das operações para resolver problemas que envolvam a ideia de quantidade em contextos diversos. (Canavarro et al., 2021, p. 9)

Salienta-se, ainda, a importância da utilização de materiais manipuláveis na aprendizagem de diversos conceitos matemáticos, nomeadamente no tópico “números naturais”.

De acordo com o NCTM (2007), a compreensão do sentido de número e das operações constituem as componentes fundamentais do ensino da matemática nos anos iniciais. Os alunos devem desenvolver capacidades ao nível da experimentação, comunicação, levantar questões, explicar as estratégias utilizadas e reconhecer que existe mais do que um método, o que serve para promover o desenvolvimento do sentido de número (Delgado et al., 2017).

A utilização de recursos, estruturados ou não, serve como método para aprimorar a compreensão de conceitos numéricos, facilitando a exploração de ideias matemáticas associadas à contagem, manipulação de quantidades e de operações (Ferreira, 2012).

Neste artigo, apresentam-se resultados de uma investigação que surgiu da constatação, por parte da investigadora, das fragilidades no desenvolvimento do sentido de número e competências de cálculo de um grupo de alunos do 1.º ano de escolaridade. Assim, foi definida a questão de investigação “de que forma o recurso a materiais manipuláveis contribui para o desenvolvimento do sentido de número e de competências de cálculo?”. Concomitantemente, foram definidos os objetivos: (1) compreender o impacto dos materiais manipuláveis no desenvolvimento do sentido de número e (2) avaliar a influência da implementação de uma sequência didática no desenvolvimento de competências de cálculo.

De modo a alcançar os objetivos e a responder à questão-problema de investigação, delineou-se uma intervenção didática que se iniciou com um pré-teste, a implementação de uma sequência didática, com a duração de três semanas, e um pós-teste.

2. Enquadramento teórico

Nesta secção, apresenta-se o enquadramento teórico que fundamenta esta investigação. Inicialmente, aborda-se o conceito de sentido de número, destacando a sua relevância para a aprendizagem da matemática nos primeiros anos. Em seguida, discute-se a importância da utilização de materiais manipuláveis como recurso pedagógico para o desenvolvimento do sentido de número e das competências de cálculo.

2.1. O sentido de número

O sentido de número surgiu no campo da educação matemática nos anos 80 (Cebola, 2002), podendo ser entendido como uma intuição acerca dos números, traçada a partir de todos os significados que estes possam ter (NCTM, 1989).

Para McIntosh et al. (1992) o sentido de número diz respeito a uma “compreensão pessoal geral dos números e das operações assim como a capacidade e a predisposição para usar esta compreensão, de forma flexível, no sentido de fazer juízos matemáticos e de desenvolver estratégias úteis para manipular números e operações” (p. 3).

Os três blocos fundamentais de caracterização do sentido de número descritos por McIntosh et al. (1992) são: (i) conhecimento e destreza com os números, (ii) conhecimento e destreza com as operações, e (iii) aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em contextos de cálculo. No primeiro bloco, encontrámos quatro secções: (1) sentido da regularidade dos números; (2) múltiplas representações dos números; (3) sentido das grandezas relativa e absoluta dos números; (4) sistemas de referência. O segundo bloco organiza-se em três partes: (1) a compreensão do efeito das operações; (2) a compreensão das propriedades matemáticas; (3) a compreensão da relação entre as operações. O terceiro e último bloco

divide-se em quatro pontos: (1) compreender a relação entre o contexto do problema e os cálculos necessários; (2) consciencialização da existência de múltiplas estratégias; (3) apteência para utilizar uma representação ou um método eficiente; (4) sensibilidade para rever os dados e o resultado.

O sentido de número emerge no currículo oficial do Ensino Básico através do Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al., 2007), salientando-se a importância de proporcionar aos alunos experiências de contagem, que incluem o recurso a modelos estruturados, tais como os cartões com pontos organizados. Reforça-se, ainda, a contribuição dos processos de contagem associados a diferentes possibilidades de estruturar e relacionar os números, para a compreensão das primeiras relações numéricas. Mais recentemente, as Aprendizagens Essenciais de Matemática (Canavarro et al., 2021) reforçam a necessidade de desenvolver o sentido de número desde os primeiros anos de escolaridade, enfatizando a importância da exploração de padrões numéricos, do reconhecimento de regularidades e da utilização de diferentes representações para a compreensão das relações numéricas.

Ponte e Serrazina (2000) referem que “ainda antes de entrar no 1.º ciclo, os alunos vivem muitas experiências que envolvem o conceito intuitivo de número e das relações numéricas. É com base nestas experiências que eles vão construindo o seu sentido de número” (p. 138).

O papel dos professores reveste-se de particular importância pois “deverão ajudar os alunos a fortalecer o sentido do número, transitando do inicial desenvolvimento das técnicas de contagem fundamentais para conhecimentos mais aprofundados acerca da dimensão dos números, relações numéricas, padrões, operações e valor de posição,” (NCTM, 2007, p. 91). Como referem Fosnot e Dolk (2001), revela-se muito importante proporcionar às crianças múltiplas e diversificadas experiências com recurso a diversos tipos de materiais que facilitem o estabelecimento de relações numéricas.

As características associadas ao sentido de número incluem a flexibilidade e a performance apropriadas ao cálculo mental e à estimação (Reys, 1998).

De acordo com Van den Heuvel-Panhuizen e Buys (2008), as crianças evoluem num processo de aprendizagem de cálculo por meio de três níveis distintos de cálculo relacionados com o grau de abstração das operações efetuadas. Para operações com resultados até 20, diferem os três níveis do seguinte modo: cálculo por contagem, as operações são realizadas através de um movimento ao longo da reta numérica - saltando para a direita na adição e saltando para a esquerda na subtração; cálculo por estruturação, os números são agrupados ou divididos de modo mais útil e é neste nível que o material estruturado é fulcral; cálculo formal, ligado às relações numéricas que as crianças já aprenderam e compreenderam.

Para números menores que 20, Thompson (2009) apresenta diferentes níveis de estratégias utilizadas pelos alunos para a adição: contar tudo - por exemplo quando o aluno para efetuar $5+3$, conta a partir do 1 até ao 8; contagem a partir do primeiro número - quando efetua o cálculo $5+3$ começa a contar a partir do número 5 (primeiro número) “cinco, seis, sete, oito”; contagem a partir do número maior - ao efetuar o cálculo $3+6$, o aluno começa a contar a partir do 6, tendo a percepção da vantagem de começar a contar pelo número maior; utilização de factos numéricos de adição - o aluno dá a resposta de forma imediata, recorrendo a um facto numérico que já domina, ou seja, já sabe que, por exemplo, $3+6=9$; cálculo com base nos factos numéricos - o aluno aproveita os factos numéricos que domina para calcular aquilo que ainda não sabe, por exemplo, na operação $4+5$ o aluno diria que $4+5=9$ uma vez que sabia que $4+4=8$.

A prática de tarefas de cálculo mental que possibilitem a compreensão e automatização de factos numéricos básicos, a par do desenvolvimento das relações numéricas, constituem a base para um cálculo eficiente e um progressivo desenvolvimento do sentido de número (Fosnot & Dolk, 2001).

Para além do desenvolvimento do sentido de número, a comunicação matemática desempenha um papel fundamental na construção do conhecimento matemático. A comunicação matemática permite aos alunos expressar e justificar o seu pensamento, partilhar estratégias de resolução e interpretar diferentes representações numéricas (NCTM, 2007). A interação entre os alunos e a verbalização das suas ideias são processos essenciais para a aprendizagem da Matemática, pois promovem uma compreensão mais profunda dos conceitos e incentivam a flexibilidade no raciocínio matemático (Delgado et al., 2017).

O desenvolvimento do sentido de número está fortemente ligado à forma como os alunos estruturam visual e mentalmente os conceitos matemáticos. Segundo Mulligan, English e Chinnappan (2020), materiais estruturados podem promover a organização interna do conhecimento matemático, permitindo a emergência de padrões e relações numéricas fundamentais.

2.2. Importância da utilização de materiais manipuláveis nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática

Um material manipulável “pode ser qualquer objeto usado na aula de Matemática, desde que seja aplicado pelo professor com intenção de desenvolver atividades matemáticas” (Botas & Moreira 2013, p. 262). Na mesma linha, Matos e Serrazina (1996) referem que os materiais manipuláveis são “objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar (...) objetos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia” (p. 193).

Os materiais manipuláveis podem ser usados para introduzir conceitos, captando a atenção e o interesse dos alunos, e para a facilitar a exploração e a comunicação dos resultados a sua utilização na realização das tarefas “proporciona abordagens centradas nos alunos de forma cooperativa e, através da sua exploração, ajuda-os a interpretar a atividade e a pensar, podendo contribuir para uma aprendizagem mais significativa” (Mascarenhas et al., 2017, p. 95).

Uma meta-análise realizada por Carbonneau, et al. (2013) evidenciou que os alunos que utilizam materiais manipuláveis apresentam ganhos superiores na compreensão matemática, especialmente quando esses materiais estão integrados em tarefas orientadas para a construção de significados.

A eficácia dos materiais manipuláveis não depende apenas da sua utilização, mas sobretudo da qualidade das tarefas propostas e da mediação pedagógica. Bozkurt e Ruthven (2021) destacam que a intervenção ativa do professor, promovendo o questionamento e a reflexão, é essencial para que os alunos construam significados matemáticos de forma autónoma e crítica. Neste sentido, Papic, Mulligan e Mitchelmore (2018) defendem que as tarefas devem ser cuidadosamente desenhadas para promover a generalização de padrões e o raciocínio matemático desde os primeiros anos, assegurando um desenvolvimento conceptual sólido e progressivo.

Os recursos utilizados nesta investigação (o colar de contas, a moldura do 10 e os cartões de pontos) são considerados materiais estruturados, uma vez que o seu propósito é auxiliar na representação de conceitos matemáticos, servindo como suporte para atividades de contagem e estruturação numérica. O uso regular desses materiais pode levar as crianças a abandonarem a contagem individual de cada elemento e a adotarem estratégias de cálculo que envolvem agrupamentos, o que por sua vez pode levar à automação de factos numéricos (Fosnot & Dolk, 2001).

O colar de contas é um modelo estrutural linear projetado para auxiliar na contagem e no cálculo, seguindo a sequência numérica (Treffers, 2001). Pode ser organizado utilizando contas de duas cores para fazer agrupamentos de acordo com os objetivos do professor.

O método mais comum envolve a organização das contas no colar em grupos de cinco, no qual as crianças selecionam contas de duas cores para inserir alternadamente de cinco em cinco. Inicialmente é preferível usar o colar de contas físico e, à medida que as crianças se sentem mais seguras com o seu manuseamento, pode-se transitar para a representação icónica em papel. Com a utilização do colar de contas organizado em grupos de cinco, os alunos desenvolvem uma compreensão mais sólida dos números cinco, dez, quinze e vinte, como pontos de referência. A alternância de cores nesses pontos, também permite identificar os números próximos utilizando a relação $N+1$ ou $N-1$, ao reconhecer, por exemplo, que quatro é um número a menos que cinco ou seis é um número a mais que cinco. Esta alternância de cores facilita a utilização da estratégia de contagem a partir de um número específico, em situações de cálculo (Pinto, 2012).

A moldura do 10 é um retângulo constituído por duas linhas e cinco colunas, dividido em 10 quadrados congruentes, nos quais se colocam círculos para representar os números.

Um conceito intimamente ligado ao desenvolvimento do sentido de número e ao processo de contagem é o *subitizing*, que se refere à capacidade de reconhecer instantaneamente a quantidade de elementos em um conjunto, sem necessidade de contagem sequencial (Clements, 1999). O *subitizing* pode ser de dois tipos: perceptivo, quando a quantidade é identificada de imediato para pequenos conjuntos, e conceptual, quando o reconhecimento ocorre por meio de padrões e agrupamentos numéricos. Este processo desempenha um papel essencial na aprendizagem dos números, pois permite que os alunos desenvolvam estratégias para estruturar quantidades, facilitando a transição da contagem unitária para representações mais avançadas dos números e operações (Fosnot & Dolk, 2001).

Os cartões de pontos, com uma determinada quantidade de pontos, são um recurso que desenvolve diversos modelos para a realização do *subitizing* e de contagens. Os alunos podem explorar as propriedades essenciais do número através da identificação de padrões, permitindo desenvolver capacidades essenciais promotoras do sentido de número, como por exemplo, capacidades de decomposição numérica por meio do *subitizing* (Clements, 1999).

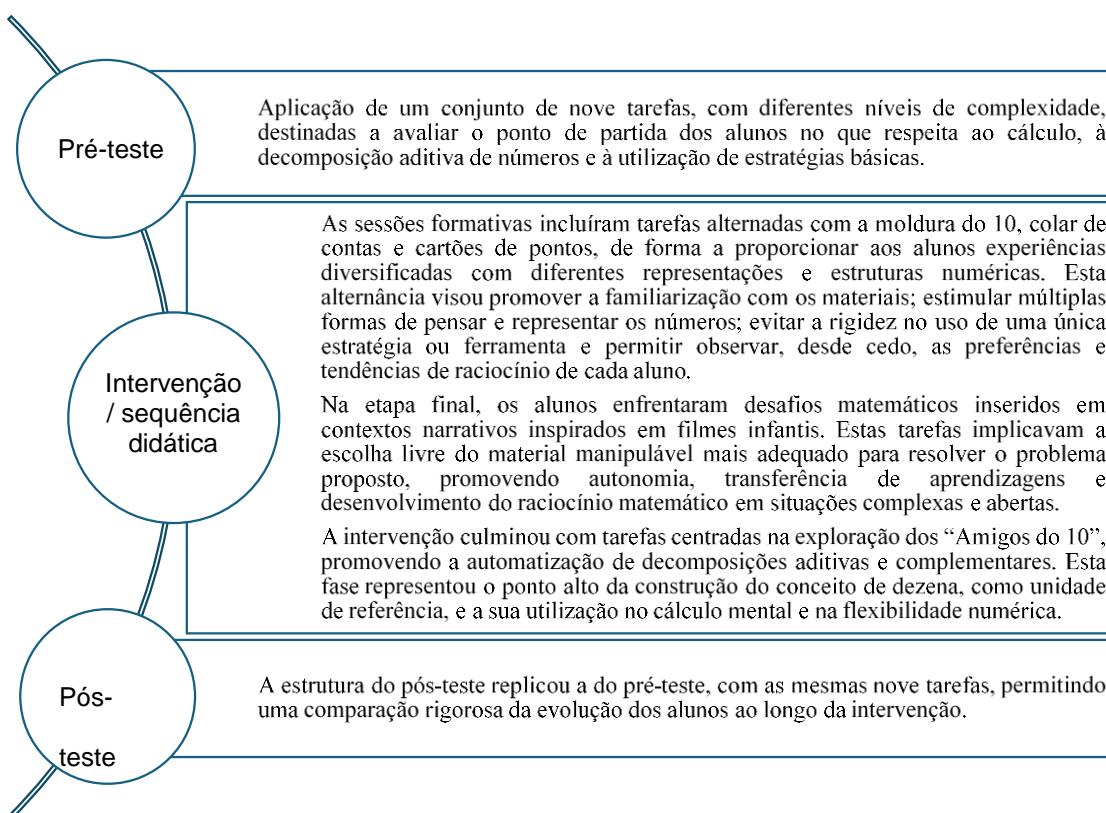
3. Metodologia

Este estudo seguiu uma abordagem de investigação-ação com natureza mista, privilegiando a vertente qualitativa, mas recorrendo também a dados quantitativos para reforçar a análise. A opção por esta abordagem justifica-se pelo objetivo de compreender, intervir e transformar práticas pedagógicas, tendo como foco a melhoria das aprendizagens dos alunos (Amado, 2014; Vieira, 2016).

O estudo foi desenvolvido com uma turma de 18 alunos do 1.º ano de escolaridade, estruturado em três fases: diagnóstico (pré-teste), intervenção (sequência didática) e avaliação (pós-teste). A intervenção decorreu ao longo de três semanas, durante as quais foram dinamizadas dez sessões com recurso sistemático a materiais manipuláveis (moldura do 10, colar de contas e cartões de pontos), associados a tarefas específicas de cálculo e raciocínio matemático.

De modo a dar resposta à questão de investigação e aos objetivos traçados, o desenvolvimento da investigação contemplou diferentes fases (Figura 1).

Figura 1. Fases da Investigação



3.1. Técnicas e instrumentos de recolha de dados

Na recolha de dados desta investigação, optou-se por utilizar uma combinação de instrumentos de natureza qualitativa e quantitativa, de forma a garantir uma compreensão mais profunda e integrada dos fenómenos

observados. Assim, foram aplicados um pré-teste e um pós-teste, ambos compostos por nove tarefas com diferentes graus de dificuldade, permitindo diagnosticar as fragilidades iniciais dos alunos e avaliar os progressos alcançados ao longo da intervenção. Estes testes foram cuidadosamente construídos para abranger aspectos fundamentais do sentido de número e do cálculo, e validados por docentes com experiência na área da Didática da Matemática.

Paralelamente, a observação direta e participante desempenhou um papel central, na medida em que possibilitou à investigadora acompanhar de perto o comportamento dos alunos, as suas estratégias de resolução e as interações estabelecidas durante as tarefas. Esta proximidade permitiu recolher informações ricas e contextualizadas, tornando visível o processo de aprendizagem em tempo real.

Foram também utilizados registos fotográficos e videográficos que documentaram momentos-chave das sessões formativas. Estes registos não só facilitaram a análise posterior, como também contribuíram para a triangulação dos dados. A análise documental das produções escritas dos alunos e das anotações recolhidas durante as sessões completou o processo de recolha de dados, permitindo identificar padrões e inferir sobre as dificuldades e progressos observados.

Esta diversidade de instrumentos reforçou a robustez metodológica do estudo, permitindo uma leitura mais completa e rigorosa do impacto da intervenção, em linha com os princípios da triangulação defendidos por Amado e Freire (2014).

3.2. Tratamento e análise de dados

Os dados quantitativos dos testes foram tratados com análise descritiva (frequência, média de acertos por tarefa e por aluno), enquanto os dados qualitativos foram analisados com base na categorização das estratégias utilizadas, de acordo com os níveis definidos por Thompson (2009) para o cálculo aditivo.

4. Apresentação, análise e discussão dos dados

Nesta secção, apresentam-se e analisam-se os dados obtidos ao longo da investigação, procurando compreender o impacto da utilização dos materiais manipuláveis no desenvolvimento do sentido de número e das competências de cálculo. A análise baseia-se na comparação dos resultados do pré-teste e do pós-teste e nas observações realizadas durante as sessões formativas. Inicialmente, são apresentados os resultados individuais dos alunos no pré-teste, seguidos da análise do desempenho por tarefa. Posteriormente, examina-se a evolução dos alunos ao longo das sessões formativas e discute-se o impacto da intervenção com base nos resultados do pós-teste.

A organização das tarefas ao longo da intervenção seguiu uma lógica progressiva e intencional, alinhada com princípios fundamentais da Didática da Matemática. Em primeiro lugar, respeitou-se o princípio da progressividade e construção de significados (Fosnot & Dolk, 2001), promovendo uma transição gradual do concreto para o abstrato. As tarefas foram organizadas por fases e envolveram a alternância entre diferentes materiais, permitindo a exploração dos conceitos a partir de representações diversas (Duval, 1995). À medida que os alunos se familiarizavam com os materiais, foram introduzidas tarefas de maior complexidade. A estrutura das sessões contemplou momentos de partilha e justificação das estratégias, fomentando a comunicação matemática e o raciocínio coletivo (Vale et al., 2020). Esta abordagem, centrada na aprendizagem ativa e na autonomia do aluno, potenciou um ambiente rico em interações, no qual os alunos puderam construir conhecimento de forma autónoma, colaborativa e significativa.

4.1. Pré-teste

O pré-teste consistiu na aplicação de um conjunto de nove tarefas, com diferentes níveis de complexidade, destinadas a avaliar o ponto de partida dos alunos no que respeita ao cálculo, à decomposição de números e à utilização de estratégias básicas.

Da análise ao gráfico (Figura 2), observamos que nenhum aluno resolveu corretamente todas as tarefas. O máximo de respostas corretas foi oito, resultado alcançado apenas por um aluno, verificando-se, ainda, que

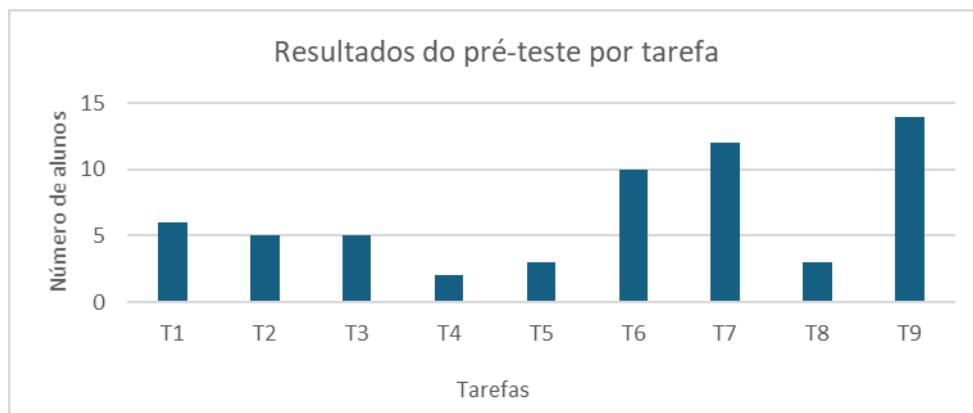
dois alunos não conseguiram dar resposta a qualquer questão. Apenas quatro alunos conseguiram cinco ou mais respostas certas. Este diagnóstico evidenciou fragilidades nas estratégias de cálculo, nomeadamente a prevalência da contagem um a um, pouca flexibilidade numérica e dificuldades na decomposição aditiva e reagrupamento de números.

Figura 2. Resultados do pré-teste por aluno



Em termos de desempenho por tarefa (Figura 3), a tarefa nove (resolução de um problema simples com apoio visual) foi a mais bem-sucedida, enquanto a tarefa quatro (adições com auxílio de moldura do 10 e interpretação das quantidades representadas) revelou maiores dificuldades.

Figura 3. Resultados do pré-teste por tarefa



4.2. Sessões formativas com a moldura do 10

Nestas sessões, os alunos resolveram tarefas que envolviam a representação de números (como o 5 ou o 7), a identificação de quantidades representadas, a resolução de adições e a introdução do conceito dos “Amigos do 10”. Estas tarefas permitiram trabalhar o reconhecimento de decomposições do número 10 e a estruturação do pensamento aditivo.

Na primeira sessão com a moldura do 10, foi realizada uma apresentação do material, seguida de uma breve exploração livre, dado que os alunos não estavam familiarizados com o mesmo. Esta etapa foi crucial para os alunos se ambientarem com o material.

P: (Mostra a moldura do 10)

A6: O que é isso?

P: Este material chama-se moldura do 10. Alguém conhece? (A maioria diz que não)

A7: Já vi em Matemática.

P: Este material ajuda-nos a fazer cálculos, vamos aprender? Como veem, temos círculos de duas cores (vermelho e verde) e uma moldura com quantos quadrados?

A17: Dez.

A18: Ah, por isso é que se chama qualquer coisa do dez.

P: Moldura do 10, exatamente. Se eu quiser representar o número um na moldura coloco um círculo na moldura, se quiser dois, coloco dois círculos, e se eu quiser nove?

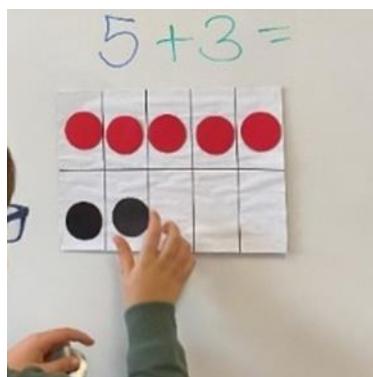
A13: Coloco nove círculos.

A moldura do 10 mostrou-se particularmente eficaz no apoio ao cálculo mental e na construção de representações visuais das somas. Na primeira sessão, os alunos revelaram dificuldade em usar o material autonomamente e necessitavam frequentemente da mediação da professora. Nas sessões seguintes, começaram a utilizar a moldura com mais confiança, reconhecendo padrões e articulando com o raciocínio simbólico.

P: *Vamos todos realizar primeiramente o cálculo 5+3. Quem quer vir partilhar com os colegas como fez?*

A20: *Um, dois, três, quatro, cinco (vai colocando os círculos vermelhos) e agora junto três (coloca os círculos pretos), dá cinco, seis, sete, oito (Figura 4).*

Figura 4. Momento de partilha das estratégias



Na última sessão, com a moldura do 10, realizou-se uma tarefa com o objetivo de introduzir o conceito “Amigos do 10”. A manipulação da moldura permitiu aos alunos a realização de contagens orais, a contagem de objetos, estimulando a sequência de contagem, mas também o identificar da cardinalidade. As tarefas ajudaram os alunos a ganhar destreza e conhecimento com as operações e a desenvolver capacidades ao nível das representações matemáticas ativas ao manipular a moldura do 10, icónicas ao representar na moldura (em esquema) e simbólicas no registo da operação. É de notar uma evolução dos alunos da primeira sessão para a última, demonstrando maior autonomia ao longo da resolução das tarefas e maior confiança na realização das operações. Observou-se que, de acordo com os níveis de estratégias de adição definidas por Thompson (2009), poucos alunos ainda se encontravam no nível “contar tudo”, estando já a maioria no nível “contagem a partir do primeiro número” e alguns no nível “utilização de factos numéricos de adição”.

4.3. Sessões formativas com os cartões de pontos

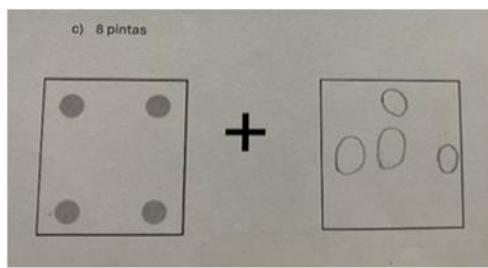
Nas sessões com cartões de pontos, os alunos realizaram atividades de representação e composição de quantidades, com base em imagens com padrões de pontos (Figura 5). Estas tarefas promoveram o desenvolvimento do *subitizing* e da decomposição aditiva, fundamentais para o desenvolvimento do sentido de número.

Figura 5. Exemplo de um dos cartões de pontos / registo das estratégias utilizadas



Inicialmente, a maioria dos alunos ainda contava ponto a ponto, mas rapidamente começaram a identificar grupos e a juntar subconjuntos, revelando uma transição importante para estratégias cognitivamente mais eficientes (Figura 6).

Figura 6. Exemplo da tarefa



Os cartões de pontos permitiram aos alunos realizar contagens orais e também os ajudou a passar para o nível de estratégia “contagem a partir do primeiro número” (Thompson, 2009), uma vez que contavam os pontos do primeiro cartão e continuavam a contar (desenhando as que faltavam) “preciso de ter 5 pintas (conta as pintas o primeiro cartão) tenho três, agora quatro, cinco” (A18).

Alguns alunos também demonstraram utilizar o nível de estratégia “factos numéricos de adição” (Thompson, 2009), explicando como fizeram: “Porque eu sei que quatro mais quatro é igual a oito” (A10).

A utilização deste material promoveu também o *subitizing*, quando os alunos tiveram de indicar o número que estava representado e no final, explicar como pensaram (Figura 5).

PE: Neste cartão, quantos pontos viste A18?

A18: Sete.

PE: Como viste que tinha sete?

A18: Eu juntei aqueles três pontos primeiro e depois os outros quatro.

PE: Alguém viu de outra forma?

A6: Eu contei cada ponto, $1+1+1+1+1+1$.

A7: Eu juntei os primeiros 3, depois aquele que está sozinho e depois mais 3.

Nesta partilha os alunos apresentaram estratégias diversificadas, promovendo a comunicação matemática. Com os cartões de pontos, houve uma transição clara do uso da contagem individual para o reconhecimento de padrões e agrupamentos. Os alunos verbalizavam as suas estratégias com expressões como: “Vi três pontos e depois mais quatro, por isso são sete”, evidenciando o desenvolvimento de competências de *subitizing* conceptual (Clements, 1999).

4.4. Sessões formativas com os colares de contas

Nestas sessões foram realizadas tarefas que envolveram operações com duas ou mais parcelas, utilizando o colar de contas. Estas tarefas tinham como objetivo desenvolver contagens estruturadas e a visualização da soma como um processo aditivo com base em referências (5 e 10).

Na primeira sessão com o colar de contas, os alunos puderam manipulá-lo, familiarizando-se com a disposição das contas (cinco azuis e cinco rosas, num total de 20) e entender como o podiam utilizar para contar e calcular.

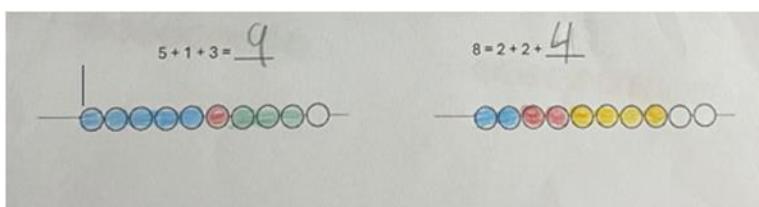
Posteriormente, foi realizada uma tarefa que consistiu na exploração de adições, como $5+3$; $3+6$, com a ajuda do colar de contas.

PE: Explica-me lá como fizeste esta igualdade.

A5: Começo com três (coloca três de uma vez) e junto mais seis, um, dois, três, quatro, cinco, seis, agora conto tudo, ... dá nove.

Na segunda sessão propôs-se uma tarefa na qual os alunos teriam de fazer adições com três parcelas, com o auxílio do colar de contas (Figura 7).

Figura 7. Exemplos de resoluções



Estas tarefas permitiram aos alunos desenvolverem capacidades ao nível das representações matemáticas ativas ao manipular o colar de contas, icónicas ao representar no desenho e simbólicas no registo da operação.

As sessões revelaram um aumento progressivo da autonomia dos alunos na manipulação do colar e na identificação de estratégias mais eficientes, como o agrupamento visual “Pintei cinco de azul e depois uma vermelha e três verdes e contei”.

Nas sessões com o colar de contas, os alunos mostraram maior destreza na contagem estruturada e começaram a usar referências visuais (ex. agrupamentos de 5). A introdução da mola para isolar subconjuntos (Figura 8) reforçou o uso de estratégias de agrupamento, importantes para o cálculo mental.

Figura 8. Manipulação do colar de contas / momento de partilha



4.5. Sessões formativas “A feira dos filmes” com problemas

Estas sessões envolveram problemas matemáticos contextualizados com base em excertos de filmes infantis. As tarefas propunham a resolução de problemas visuais, representação de quantidades observadas nos

vídeos, ou cálculos associados a cenas dos filmes. Os alunos podiam utilizar livremente qualquer material – promovendo assim a flexibilidade e a autonomia estratégica.

Estas tarefas revelaram ser altamente motivadoras e permitiram consolidar aprendizagens em contextos lúdicos e desafiantes. Notou-se uma clara evolução na utilização dos materiais e na complexidade das estratégias usadas.

Na primeira sessão, os alunos assistiram a um pequeno excerto do filme, escolhido por conter elementos visuais e situações que foram utilizadas nas tarefas matemáticas. Primeiramente tinham de identificar qual a moldura que representava o número de borboletas indicado e representar na moldura quantas chávenas estavam penduradas na lareira, o que permitiu aos alunos realizarem contagens orais.

Na segunda sessão foram realizadas duas tarefas, cujo mote foi o filme “Charlie e a Fábrica de Chocolate”, com o objetivo de desenvolver competências de contagem (Figura 9). Na resolução das tarefas, os alunos podiam recorrer ao material que quisessem.

PE: Que material utilizaste para resolver?

A4: O colar.

PE: Explica aos teus colegas como resolveste.

A4: Coloquei duas, mais quatro e mais três.

PE: E depois?

A4: Contei, um, dois, três (...) oito, nove.

PE: Em que cesta tem de estar este chocolate, então?

A4: Na cesta nove.

Figura 9. Tarefa do filme “Charlie e a Fábrica de Chocolate” exploradas por materiais diferentes



Nestas sessões os alunos demonstraram muito mais confiança e destreza na resolução das tarefas do que nas primeiras, mesmo com números maiores. A maioria mostrou ser capaz, recorrendo à moldura do 10 e ao colar de contas, de resolver corretamente as tarefas propostas.

Ao longo de todas as sessões a turma manifestou interesse, revelando-se muito participativa. Salientam-se os diferentes ritmos na resolução das tarefas, observando-se que alguns alunos manipulavam o material primeiro e depois é que faziam os registos na folha de respostas, outros não sentiam necessidade de o manipular.

Em suma, é importante destacar que a manipulação dos materiais durante a sequência didática possibilitou o conhecimento e a aptidão com os números (McIntosh et al., 1992) e uma evolução nas estratégias aditivas utilizadas pelos alunos. Estes materiais permitiram às crianças pensar e criar várias relações numéricas, uma habilidade defendida por Fosnot e Dolk (2001).

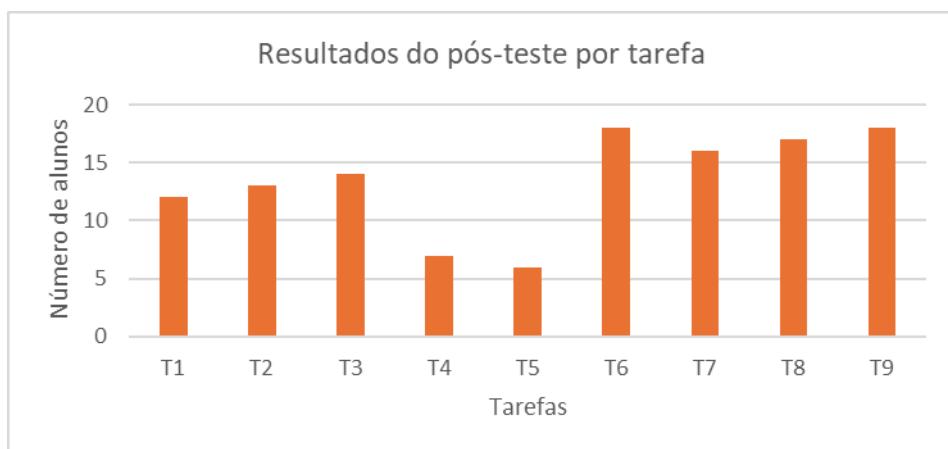
4.6. Pós-teste

Após a conclusão das sessões formativas, foi aplicado um pós-teste com a mesma estrutura e tarefas do diagnóstico inicial. Esta estratégia permitiu avaliar de forma comparável os progressos individuais e coletivos dos alunos, analisando a eficácia da intervenção. O pós-teste visava não apenas medir o desempenho final, mas também identificar mudanças nas estratégias utilizadas, na flexibilidade do raciocínio e na autonomia na

resolução de tarefas matemáticas. A análise dos resultados revela uma evolução, tanto ao nível quantitativo (número de respostas corretas) como qualitativo (tipologia das estratégias adotadas), evidenciando o impacto positivo do trabalho desenvolvido com os materiais manipuláveis. Os dados apresentados a seguir (Figura 10) permitem observar essa progressão e sustentam a pertinência das escolhas metodológicas implementadas.

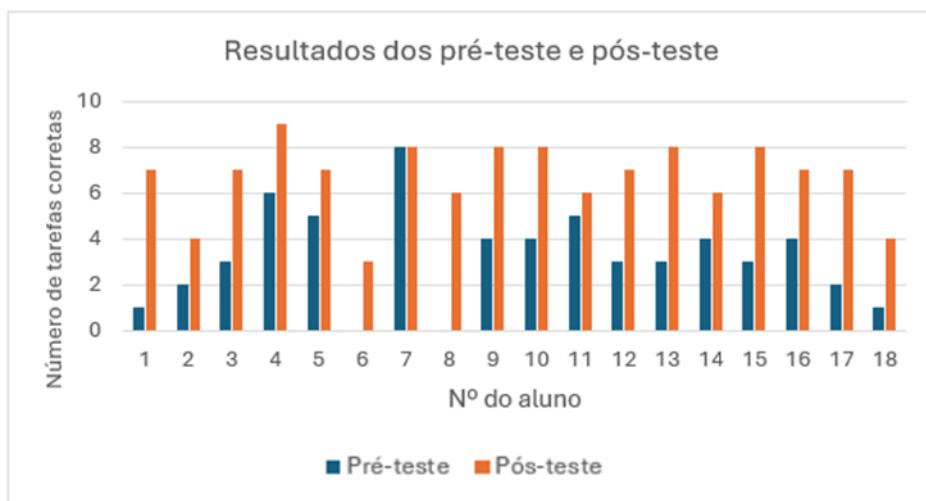
Da análise ao gráfico, observamos que em todas as tarefas, o número de alunos que as resolveu corretamente, no pós-teste, foi muito superior ao número de alunos que respondeu com correção no pré-teste.

Figura 10. Resultados do pós-teste por tarefa



Da análise ao gráfico (Figura 11) podemos constatar que, com exceção de um aluno que manteve o mesmo desempenho, todos os restantes demonstraram progresso. Os alunos que não tinham conseguido resolver qualquer tarefa no pré-teste passaram a conseguir três ou mais respostas corretas no pós-teste.

Figura 11. Comparaçao dos resultados do pré-teste e do pós-teste por aluno



5. Conclusões

Esta investigação procurou compreender de que forma o recurso a materiais manipuláveis pode contribuir para o desenvolvimento do sentido de número e das competências de cálculo em alunos do 1.º ano de

escolaridade. A intervenção pedagógica estruturada em torno de uma sequência didática, aliando materiais estruturados e tarefas diversificadas, revelou-se eficaz na promoção da aprendizagem, da motivação e do envolvimento ativo dos alunos.

Os resultados obtidos demonstram uma evolução clara entre o desempenho no pré-teste e no pós-teste, quer ao nível do número de respostas corretas, quer na qualidade das estratégias utilizadas. Verificou-se uma transição progressiva de estratégias rudimentares (como a contagem um a um) para estratégias mais estruturadas e flexíveis, com base em decomposições aditivas, *subitizing* e uso de factos numéricos, tal como descrito por Thompson (2009). Esta progressão sustenta a ideia de que o desenvolvimento do sentido de número não se limita à aquisição de conteúdos, mas exige experiências significativas e intencionalmente orientadas, apoiadas por recursos adequados (Fosnot & Dolk, 2001; McIntosh et al., 1992).

A utilização sistemática de materiais manipuláveis - moldura do 10, colar de contas e cartões de pontos - contribuiu para criar um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e exploratório. Estes materiais permitiram aos alunos visualizar relações numéricas, construir representações mentais sólidas e desenvolver estratégias próprias, ajustadas ao seu nível de desenvolvimento. Os momentos de partilha e discussão coletiva das estratégias adotadas fomentaram, paralelamente, a comunicação matemática e o raciocínio lógico, aspectos fundamentais numa aprendizagem profunda e duradoura da Matemática (Vale, et al., 2020).

Os dados recolhidos estão alinhados com outras investigações, que reforçam o papel dos materiais estruturados no desenvolvimento do pensamento matemático, desde que utilizados de forma intencional e refletida (Carbonneau, et al., 2013; Mulligan, et al., 2020). Outros estudos apontam que o impacto dos materiais manipuláveis depende em grande medida da qualidade das tarefas propostas e da mediação do professor, enquanto facilitador da construção de significados matemáticos (Bozkurt & Ruthven, 2021; Papic, Mulligan & Mitchelmore, 2018).

Assim, confirma-se que os materiais manipuláveis, integrados num contexto didático bem estruturado e orientado para o desenvolvimento conceptual, são instrumentos poderosos na promoção do sentido de número. Contudo, importa sublinhar que não é o material em si que gera aprendizagem, mas sim a forma como é explorado pedagogicamente. O papel do professor revela-se determinante ao definir a intencionalidade das tarefas, promover a reflexão sobre as estratégias utilizadas e estimular a autonomia dos alunos no processo de construção do conhecimento (Bozkurt & Ruthven, 2021; Vale et al., 2020).

Para investigações futuras, seria pertinente alargar o estudo a outras faixas etárias e contextos educativos, bem como aprofundar o impacto da combinação entre materiais manipuláveis físicos e digitais, numa perspetiva de ensino híbrido e adaptativo, como já começa a ser explorado em estudos recentes (Kuzle & Biehler, 2021).

Referências

- Amado, J. (2014). *Manual de investigação qualitativa em educação*. Universidade de Coimbra.
- Amado, J., & Freire, I. (2014). Estudo de caso na investigação em Educação. In J. Amado (Coord.), *Manual de investigação qualitativa em educação* (pp. 121-142). Universidade de Coimbra. <http://hdl.handle.net/10316.2/35271>
- Botas, D., & Moreira, D. (2013). A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática – Um estudo no 1.º Ciclo. *Revista Portuguesa de Educação*, 26(1), 253–286. <https://doi.org/10.21814/rpe.3259>
- Bozkurt, G., & Ruthven, K. (2021). Influence of task structure and teacher mediation on student learning with manipulatives. *Educational Studies in Mathematics*, 107(2), 201–222. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-10011-4>
- Canavarro, A. P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P. M., & Espadeiro, R. G. (2021). *Aprendizagens essenciais: Matemática – 1.º ano do 1.º ciclo do ensino básico*. Direção-Geral da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/ae_mat_1.o_no.pdf

- Carboneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 380–400. <https://doi.org/10.1037/a0031084>
- Cebola, G. (2002). Do número ao sentido do número. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio (Eds.), *Actividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação dos professores* (pp. 257-273). Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa da Ciências da Educação.
- Clements, D. (1999). Subitizing: What Is It? Why Teach It?. *Teaching children mathematics*, 5(7), 400-405.
- Delgado, C., Oliveira, H., & Brocardo, J. (2017). Práticas do professor na discussão de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número: um estudo no Ensino Básico. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31, 323-343. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a16>
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang.
- Ferreira, E. D. G. (2012). *O desenvolvimento do sentido de número no âmbito da resolução de problemas de adição e subtração no 2.º ano de escolaridade*. [Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. <http://hdl.handle.net/10451/5996>
- Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing number sense, addition, and subtraction*. Heinemann.
- Kuzle, A., & Biehler, R. (2021). The integration of digital and physical manipulatives in early mathematics education: A design research study. *ZDM–Mathematics Education*, 53(1), 99–114. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01199-5>
- Mascarenhas, D., Maia, J. S., & Martínez T. S. (2017). *Geometria e grandezas no 5.º ano: Dificuldades e estratégias – Um estudo em duas escolas do distrito do Porto*. Novas Edições Académicas.
- Matos, J., & Serrazina, L. (1996). *Didática da Matemática*. Universidade Aberta.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2–44. <https://www.jstor.org/stable/40248053>
- Mulligan, J., English, L., & Chinnappan, M. (2020). *Supporting mathematical thinking in the early years: Patterns, structure and spatial reasoning*. Routledge.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Associação de Professores de Matemática.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. NCTM
- Papic, M., Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2018). Assessing the development of mathematical patterning in the early years. *Mathematics Education Research Journal*, 30(2), 153–173. <https://doi.org/10.1007/s13394-017-0218-1>
- Pinto, S. I. C. L. (2012). *Materiais estruturados: qual o seu papel na aprendizagem dos primeiros números?* [Dissertação de Mestrado, Instituto Politécnico de Lisboa]. Repositório do Instituto Politécnico de Lisboa. <http://hdl.handle.net/10400.21/2380>
- Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Guimarães, F., Breda, A., Sousa, H., Menezes, L., Martins, G., & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Ponte, J. P., & Serrazina, M.L. (2000). *Didáctica da matemática do 1.º ciclo*. Universidade Aberta.
- Reys, R. E. (1998). Computation versus number sense. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 4(2), 110–112.
- Thompson, I. (2009). Getting your head around mental calculation. In I. Thompson (Ed.), *Issues in Teaching Numeracy in Primary schools*, (pp. 145–156). Open University Press. (Reimpressão de 1999)
- Treffers, A. (2001). Grade 1 (and 2) - Calculation up to twenty. In M. Van den Heuvel-Panhuizen, K. Buya, & A. Treffers (Eds.), *Children learn Mathematics* (pp. 43-60). Freudenthal Institute University of Utrecht.
- Vale, I., Barbosa, A., & Pimentel, T. (2020). A comunicação matemática na sala de aula do 1.º ciclo: Perspetivas e práticas dos professores. *Quadrante*, 29(1), 20–45. <https://doi.org/10.48489/quadrante.21935>

- Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Buys, K. (2008). Big lines. In M. van den Heuvel Panhuizen (Ed.), *Children learn Mathematics: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school* (pp. 95-99) Sense Publishers. (Obra original publicada em 2001)
- Vieira, F. (2016). *Para uma pedagogia transformadora: A educação como prática de investigação*. Almedina.