

O GeoGebra como estratégia para ensino remoto: Criando atividades com *feedback* automático

Celina Abar¹

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil

José Manuel Dos Santos Dos Santos

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto
inED - Centro de Investigação e Inovação em Educação
Instituto GeoGebra de Portugal

Marcio Vieira de Almeida

Instituto GeoGebra de São Paulo
Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil

RESUMO

A análise dos erros e acertos de uma avaliação permite a possibilidade de entender como se dá a apropriação do saber pelos estudantes e, desse modo, permitir construir processos de avaliação automática adequados. Concebido nesse contexto, esse artigo apresenta o desenvolvimento do projeto *O GeoGebra como Estratégia para Ensino Remoto: Criando Atividades com Feedback Automático*, de modo remoto, com a participação de nove professores de uma mesma região do Brasil, denominado Grupo 1. A pesquisa teve por objetivo, oferecer a professores, de escola básica e superior, que ensinam Matemática e utilizam o GeoGebra em sua prática docente, que sejam criadores de processos de avaliação automática permitidos pelo *software* procurando identificar as dificuldades e ações executadas no tempo percorrido. Com suporte na teoria TPCK que indica os conhecimentos necessários para um professor em sua prática: pedagógico, do conteúdo e tecnológico, esse estudo pôde permitir a identificação de obstáculos na construção de recursos para atender a proposta do projeto. Os professores do Grupo 1, finalizaram a participação no projeto com alguns resultados aqui apresentados, evidenciaram a compreensão do significado da proposta, mas, no entanto, por diferentes fatores, ela não se consolidou, satisfatoriamente, por parte da maioria dos participantes.

Palavras-chave: GeoGebra, Desenvolvimento profissional; Recursos; *Feedback* automático; Educação Matemática.

ABSTRACT

The analysis of errors and correct answers of an evaluation allows the possibility of understanding how the appropriation of knowledge by students takes place and, thus, to allow the creation of appropriate automatic evaluation processes. Conceived in this context, this article presents the development of the project *GeoGebra as a Strategy for Remote Teaching: Creating Activities with Automatic Feedback*, remotely, with the participation of nine teachers from the same region of Brazil, called Group 1. The research aimed to offer teachers, from elementary and higher school, who teach Mathematics and use GeoGebra in their teaching practice, who are creators of automatic evaluation processes allowed by the software, trying to identify the difficulties and actions performed in the time traveled. Based on the TPCK theory that indicates the knowledge needed for a teacher in his practice: pedagogical, content and technological, this study could allow the identification of obstacles in the construction of resources to meet the project proposal. The teachers of Group 1, who finished their participation in the project with some results presented here, showed the understanding of the meaning of the proposal, but, however, due to different factors, it was not satisfactorily consolidated by most of the participants.

¹Endereço de contacto: abarcaap@gmail.com

Keywords: GeoGebra; Professional development; Resources; Automatic feedback; Mathematics education.

1. Introdução

Há estudos que se têm debruçado com a utilização de *feedback* automático associado a apresentar as pontuações dos utilizadores nas respostas acertadas e tempos de resolução e no sentido de os estudantes poderem conduzir processos de autoavaliação (Drijvers, 2018; Barana, et al., 2022). Recentes trabalhos têm utilizado as capacidades de demonstração automática de teoremas do GeoGebra no sentido de promoverem atividades com *feedback* automático em problemas geométricos e de geometria algébrica (Kovács et al., 2020; Kovács et al., 2022). As questões relacionadas com a criação de *feedback* automático na formação de professores têm também sido abordadas (Hašek, 2022).

Na ótica do *feedback* de avaliação formativo, que nos interessa neste estudo, podemos realçar o trabalho de (Yerushalmy et al., 2017) que apresenta o desenho de tarefas interativas que ajudam em uma avaliação online e formativa através de análises em tempo real das submissões dos alunos, que é automaticamente suportada por uma plataforma especialmente desenhada para o efeito.

Outros pesquisadores procuram interpretar as dificuldades dos alunos em matemática, identificadas na análise dos erros, e apresentam estratégias didáticas para auxiliá-los a refletirem sobre os seus erros e superá-los (Cury, 2008).

A avaliação, bem como os encaminhamentos feitos a partir da análise de seus resultados, são dificuldades a serem enfrentadas na prática de ação pedagógica para garantir as condições e meios pedagógico-didáticos para que os alunos sejam estimulados em seus estudos, sem necessidade de intimidação, e compreendam os erros cometidos.

Cury (2008), salienta que ao avaliar atividades de matemática, é preciso não somente apontar os erros cometidos pelos alunos, ignorando os acertos como se esses fossem esperados, já que toda e qualquer resolução, sejam aquelas que são esperadas apenas uma resposta, sejam aquelas que indicam a criatividade do estudante, permite detetar como o aluno pensa e que influências ele traz de sua aprendizagem anterior, formal ou informal. A análise dos erros e acertos de uma avaliação permite a possibilidade de entender como se dá a apropriação do saber pelos estudantes e, desse modo, construir processos de avaliação automática adequados.

O Boletim da Educação no Brasil (2009), resultado de um amplo estudo da realidade educacional no país, evidencia que:

Para gerar mudanças nas escolas e salas de aula é essencial que estes profissionais sejam capazes de identificar os problemas que estão levando seus alunos a não dominarem determinadas habilidades e competências e, a partir daí, reformular suas práticas de ensino. Um dos caminhos para atingir esse objetivo é oferecer aos docentes recursos técnicos – materiais didáticos, guias curriculares, cursos de formação – que os auxiliem nesta tarefa, e que, portanto, estejam alinhados com as competências medidas pelo sistema de avaliação. Isso ainda não existe de forma sistemática no Brasil. (PREAL & Fundação Lemann, 2009, p. 24)

Embora publicado há tempos a realidade retratada no boletim ainda se faz presente e justifica a proposta de estudos que atendam esta natureza.

Neste contexto os autores deste trabalho desenvolveram, de modo remoto por meio da plataforma *GoogleMeet*, o projeto de pesquisa denominado *O GeoGebra como Estratégia para Ensino Remoto: Criando Atividades com Feedback Automático*, aprovado nas instâncias da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil (PUC-SP).

A problemática exposta no projeto, nos levaram à indagação sobre quais estratégias seriam necessárias para que os professores, em colaboração com os demais participantes, de forma remota, construíssem processos de avaliação automática, segundo indicado por Cury (2008), com possibilidades de *feedback* automático?

O projeto teve por objetivo, desenvolver um estudo com professores que ensinam Matemática, e utilizam o GeoGebra em sua prática docente, sejam criadores de processos de avaliação automática permitidos pelo *software* procurando identificar as dificuldades e ações executadas no tempo percorrido.

Os participantes do estudo, aqui apresentado, denominado de Grupo 1, eram oito professores do ensino superior de uma instituição brasileira e um professor da Educação Básica de uma escola pública da mesma região do Brasil.

Foram previstos, para o desenvolvimento do trabalho com o Grupo 1, momentos de reflexões teóricas com atividades práticas e esperávamos identificar quais elementos permitiriam desenvolver mudanças de postura dos professores que os conduzissem à uma prática colaborativa e reflexiva na construção de recursos que pudessem influenciar sua prática educativa, mesmo de forma remota, no contexto de *feedback* automático com o uso do GeoGebra.

Alguns resultados que emergiram respondem, em parte, à questão colocada e serão expostos neste texto com suporte em alguns estudos teóricos que embasam a pesquisa como a seguir.

2. Estruturas teóricas e metodológicas do projeto

A vida na sociedade atual é caracterizada por rápidas transformações nos mais variados setores e, do ponto de vista da educação, é necessário pensar em estratégias para introduzir mecanismos semelhantes, que forneçam *feedback* automático em situações mais triviais permitindo um maior trabalho autônomo dos estudantes.

Narciss (2008) considera *feedback* como:

Tarefas de aprendizagem interativas (baseadas em computador) fornecido por uma fonte externa de informação (por exemplo, um programa instrucional, um professor) a fim de contribuir com a regulação do processo de aprendizagem de tal forma que os alunos adquiram os conhecimentos e habilidades necessários para dominar essas tarefas. (p. 127) (tradução nossa)

Consideramos que um dos desafios está em conseguir com que os sujeitos envolvidos no contexto escolar reflitam sobre sua prática pedagógica; tenham domínio completo do percurso de um conteúdo matemático desde as séries iniciais; investiguem e compreendam quais os estilos de aprendizagem de seus alunos, e mergulhem no uso das tecnologias desde os seus primeiros passos.

Um estudo teórico é apresentado por Abar (2019) e versa sobre o trabalho documental do professor de matemática e sua relação com seus conhecimentos prévios em um contexto de inovação tecnológica, argumentando que os conhecimentos prévios do professor influenciam a escolha e a transformação de recursos, podendo facilitar a relação com uma inovação tecnológica. Imerso nas suas funções docentes muitas vezes o professor tem dificuldades em se aprofundar nos conhecimentos que muitas teorias, como, por exemplo, a *Technological Pedagogical Content Knowledge* (TPCK), indicam como fundamentais.

A TPCK ou TPACK (Mishra & Koehler, 2006), é uma teoria que envolve três conhecimentos necessários para um professor em sua prática: pedagógico, do conteúdo e tecnológico. A observação desses aspectos em uma formação continuada pode permitir a identificação de obstáculos na construção de propostas expostas no projeto.

Outro aspecto a ser considerado é que a construção de recursos envolve a identificação dos instrumentos que serão utilizados e os respectivos aprimoramentos que atendam à proposta. Essas modificações, do ponto de vista metodológico, incluem idas e vindas a todo momento e exigem uma análise das variáveis presentes nos momentos de adaptação.

Para atender esse contexto foi considerado, neste estudo, a Investigação Baseada em *Design* (IBD), termo assim designado por Mata-Pereira e Ponte (2018), que pode ser entendida como o progressivo aprimoramento de uma investigação. Consiste em aplicar uma primeira versão de um projeto para que seja possível verificar e analisar como ocorre, e, posteriormente, seja revista de maneira constante com base nas experiências colhidas e avaliadas, até que os obstáculos sejam minimizados.

O desenvolvimento do projeto procura atender uma das características principais do IBD que é o rompimento consciente entre a divisão dos papéis professor-pesquisador, pois são todos igualmente considerados colaboradores neste processo.

No projeto de investigação foi sugerido o uso do GeoGebra e a justificativa para a sua utilização está no fato de ser um *software* que se mostra útil para o ensino de matemática e de outras ciências, bem como de estabelecer conexões entre conteúdos matemáticos e de outras áreas científicas, garantindo princípios de equidade no ensino e aprendizagem da matemática (Jarvis et al., 2011, pp. 232-233).

Em uma visão atual e para o futuro do ensino e aprendizagem da Matemática, na qual o conhecimento e o pensamento matemático são mediadores das experiências positivas em ciência, engenharia e tecnologia, o GeoGebra tem sido usado em vários projetos nos quais participam pesquisadores, professores e estudantes e será o instrumento principal.

Neste contexto e durante o desenvolvimento do estudo, cada encontro foi considerado como um momento para ser discutido sobre o que se entendeu, o que está complicado ou difícil, refletir sobre os recursos a serem criados e trazer subsídios teóricos para tal, em especial sobre o significado de *feedback* automático considerado no projeto como descrito a seguir.

3. A experiência no desenvolvimento do projeto

Os nove professores voluntários, autorizaram o registo dos dados obtidos nos encontros para o desenvolvimento da pesquisa, que teve início em dezembro de 2020 e, embora com previsão de duração de dezoito meses, foi finalizado em cinco meses, em maio de 2021, devido a diferentes obstáculos que surgiram no decorrer do trabalho.

Uma das primeiras dificuldades foi compor este Grupo 1 para que fosse uma equipe de professores disposta a participar da proposta e com conhecimentos fundamentais de utilização dos recursos do GeoGebra. Eram professores com sólida formação em matemática, mas a compreensão sobre a proposta apresentada não foi imediata, pois entenderam que haveria uma formação inicial sobre o GeoGebra, gerando algumas dificuldades de difícil superação. Apenas dois dos participantes já utilizavam o GeoGebra e foram capazes de desenhar e criar recursos no contexto de *feedback* automático.

Considerando os conhecimentos necessários para uma atuação docente, segundo a teoria TPCK, foram identificadas dificuldades tanto pedagógicas como tecnológicas que seriam difíceis de serem superadas pela maioria dos participantes os quais relataram, durante os encontros, estarem acostumados com correções de atividades que envolviam apenas “certo” ou “errado”.

No **primeiro encontro**, em dezembro de 2020, o objetivo era apresentar o projeto e conhecer o grupo de professores participantes da pesquisa. Foi apresentado o projeto aos professores a fim de que eles se familiarizassem com a proposta. Em seguida, os participantes fizeram uma apresentação pessoal, em que indicaram: a sua formação, o nível de conhecimento sobre o GeoGebra e se já utilizaram o *software* em suas aulas.

Um dos participantes salientou que usava o GeoGebra para, apenas, apresentar contextos da Matemática e que envolve os alunos na exploração destes contextos. Os demais participantes, no relato sobre envolvimento com o GeoGebra, demonstraram pouca experiência com seu uso, mas certo domínio da matemática já que possuem a respetiva formação e trabalham no ensino superior.

Depois da apresentação de cada integrante do projeto, foram questionados sobre expectativas de cada integrante do grupo com relação ao trabalho proposto.

Os pesquisadores explicaram que cada reunião é um momento para reflexão sobre as dificuldades, ideias sobre os recursos a serem criados, apresentar subsídios teóricos para tal, procurando com que os professores se sentissem mais à vontade para expressarem sua opinião, apresentassem suas dúvidas e compartilhassem conhecimentos.

Ao final da reunião os pesquisadores propõem uma tarefa para o próximo encontro: pensar em uma proposta de recurso, utilizando o GeoGebra, a ser aplicado em um conteúdo matemático, levando em conta a evolução deste conteúdo durante os anos fundamentais e médio e considerando as dificuldades apresentadas pelos alunos em seu desenvolvimento.

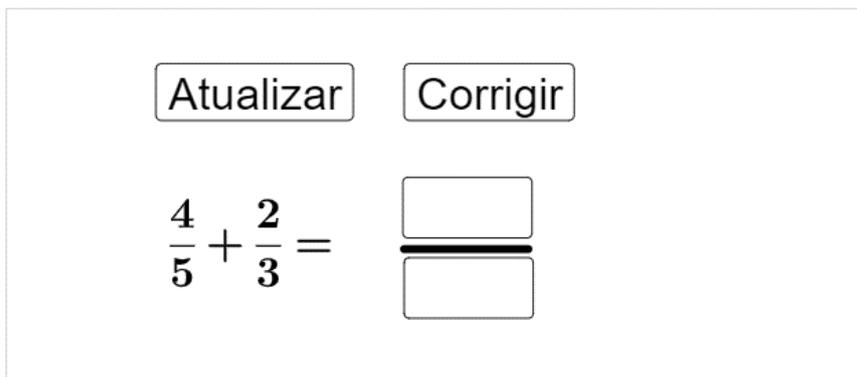
O **segundo encontro**, em janeiro de 2020, teve início com um dos pesquisadores apresentando um exemplo de como criar *feedback* dentro de uma aplicação do GeoGebra, código *html* que permite interagir *offline* com *applets* do GeoGebra e, também, como usar comandos, botões e caixas de texto, finalizando com acesso a exemplos de *feedback* disponíveis no sítio do www.geogebra.org.

Julgando que os professores já tivessem certo domínio sobre o GeoGebra, estas atividades envolviam a linguagem em código *html* de modo a possibilitar um *feedback* automático. Para surpresa dos pesquisadores verificou-se que apenas dois professores tiveram condição de compreensão ao que foi apresentado.

Em continuidade com as atividades desse encontro, foi discutida, com os demais membros do grupo, a aplicação sobre frações (Figura 1), enviada por dois participantes, discutindo com os demais as estratégias utilizadas na proposta.

A proposta enviada com *feedback* automático sobre adição de frações (Figura 1) evidenciou um certo domínio das ferramentas do GeoGebra dos dois professores para atender ao objetivo do projeto.

Figura 1. *Aplicação* – Adição de números racionais na forma de fração



Fonte: desenvolvida por dois participantes do Grupo 1 (2020).

Essa proposta, *adição de números racionais na forma de fração*, contava com uma aplicação na qual era dada uma soma entre duas frações, geradas automaticamente, e teria que se completar dois campos: uma para o numerador e outra para o denominador. Existe na aplicação dois botões: o ‘Atualizar’ que gera outra soma de frações e o ‘Corrigir’ que verifica a resposta dada pelo usuário. Se os números preenchidos nos dois campos forem correspondentes ao resultado da soma das frações, aparece a mensagem: “Resposta correta”. Caso o usuário inserisse o resultado da soma na forma de uma fração redutível, aparece a seguinte mensagem “Correta, mas não na forma irredutível” e, caso contrário, aparece a mensagem: “Resposta incorreta” indicando para o usuário se houve um erro no numerador ou no denominador e apresentando um exemplo de resolução de uma soma de frações. Apresentamos, a seguir, no conjunto de imagens da Figura 2, os *feedbacks* dados na utilização deste recurso.

Figura 2. *Feedbacks* em função da resposta dada pelo utilizador ao recurso

| | | |
|--|---|--|
| <p style="text-align: center;">Atualizar Corrigir</p> $\frac{10}{9} + \frac{2}{15} = \frac{12}{24}$ <p style="font-size: small; color: red;">ATENÇÃO!!! Erro no numerador. ATENÇÃO!!! Erro no denominador.</p> <p style="color: red;">Resposta incorreta. <input type="checkbox"/> Exemplo:</p> | <p style="text-align: center;">Atualizar Corrigir</p> $\frac{10}{9} + \frac{2}{15} = \frac{12}{24}$ <p style="font-size: small; color: red;">ATENÇÃO!!! Erro no numerador. ATENÇÃO!!! Erro no denominador.</p> <p style="color: red;">Resposta incorreta. <input checked="" type="checkbox"/> Exemplo:</p> $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} =$ <p style="text-align: right; color: red;">Mover</p> | <p style="text-align: center;">Atualizar Corrigir</p> $\frac{10}{9} + \frac{2}{15} = \frac{12}{24}$ <p style="font-size: small; color: red;">ATENÇÃO!!! Erro no numerador. ATENÇÃO!!! Erro no denominador.</p> <p style="color: red;">Resposta incorreta. <input checked="" type="checkbox"/> Exemplo:</p> $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{\quad}{20} =$ <p style="text-align: right; color: red;">Mover</p> <p style="font-size: x-small; color: blue;">(4 x 5 = 20) Multiplicar os denominadores</p> |
| <p style="text-align: center;">Atualizar Corrigir</p> $\frac{10}{9} + \frac{2}{15} = \frac{12}{24}$ <p style="font-size: small; color: red;">ATENÇÃO!!! Erro no numerador. ATENÇÃO!!! Erro no denominador.</p> <p style="color: red;">Resposta incorreta. <input checked="" type="checkbox"/> Exemplo:</p> <p style="font-size: x-small; color: blue;">Multiplicar meios e extremos (4 x 2 = 8)</p> $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{\quad}{20} =$ <p style="text-align: right; color: red;">Mover</p> <p style="font-size: x-small; color: blue;">(4 x 5 = 20) Multiplicar os denominadores</p> | <p style="text-align: center;">Atualizar Corrigir</p> $\frac{10}{9} + \frac{2}{15} = \frac{12}{24}$ <p style="font-size: small; color: red;">ATENÇÃO!!! Erro no numerador. ATENÇÃO!!! Erro no denominador.</p> <p style="color: red;">Resposta incorreta. <input checked="" type="checkbox"/> Exemplo:</p> <p style="font-size: x-small; color: blue;">Multiplicar meios e extremos (3 x 5 = 15) (4 x 2 = 8)</p> $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{\quad}{20} =$ <p style="text-align: right; color: red;">Mover</p> <p style="font-size: x-small; color: blue;">(4 x 5 = 20) Multiplicar os denominadores</p> | <p style="text-align: center;">Atualizar Corrigir</p> $\frac{10}{9} + \frac{2}{15} = \frac{12}{24}$ <p style="font-size: small; color: red;">ATENÇÃO!!! Erro no numerador. ATENÇÃO!!! Erro no denominador.</p> <p style="color: red;">Resposta incorreta. <input checked="" type="checkbox"/> Exemplo:</p> <p style="font-size: x-small; color: blue;">Multiplicar meios e extremos (3 x 5 = 15) (4 x 2 = 8)</p> <p style="text-align: center; font-size: x-small; color: blue;">Somar</p> $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15 + 8}{20} = \frac{23}{20}$ <p style="text-align: right; color: red;">Mover</p> <p style="font-size: x-small; color: blue;">(4 x 5 = 20) Multiplicar os denominadores</p> |
| <p style="text-align: center;">Atualizar Corrigir</p> $\frac{5}{8} + \frac{4}{5} = \frac{65}{40}$ <p style="font-size: small; color: red;">ATENÇÃO!!! Erro no numerador.</p> <p style="color: red;">Resposta incorreta. <input checked="" type="checkbox"/> Exemplo:</p> <p style="font-size: x-small; color: blue;">Multiplicar meios e extremos (3 x 5 = 15) (4 x 2 = 8)</p> <p style="text-align: center; font-size: x-small; color: blue;">Somar</p> $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15 + 8}{20} = \frac{23}{20}$ <p style="text-align: right; color: red;">Mover</p> <p style="font-size: x-small; color: blue;">(4 x 5 = 20) Multiplicar os denominadores</p> | <p style="text-align: center;">Atualizar Corrigir</p> $\frac{9}{5} + \frac{2}{15} = \frac{145}{75}$ <p style="color: orange;">Correta, mas não na forma irredutível.</p> | <p style="text-align: center;">Atualizar Corrigir</p> $\frac{9}{5} + \frac{2}{15} = \frac{29}{15}$ <p style="color: green;">Resposta correta.</p> |

Fonte: Disponível em http://geogebra.es.eip.pt/ficheiros_on_line/html/llustAppFA-OperRat_00.html

Continuando com o segundo encontro, foi apresentada uma aplicação obtida no sítio www.geogebra.org e como poderia ser explorada, com vistas à compreensão da construção realizada. Em seguida o encontro foi finalizado apresentando materiais complementares que poderiam ser utilizados para o desenvolvimento de atividades com elementos de programação no GeoGebra.

A compreensão sobre as atividades, neste segundo encontro, não foi imediata pela maioria dos presentes e estes momentos foram necessários para um melhor entendimento sobre o trabalho a ser desenvolvido. Desse modo uma reestruturação das atividades do projeto, considerando a metodologia IBD, foi considerada para um contexto em um nível que pudesse ser compreendido pelos participantes. Essas dificuldades, sobre pouco domínio do GeoGebra, não foram expostas por eles e os pesquisadores, julgando que, como eram professores de ensino superior, poderiam apresentar propostas mais avançadas. Claramente tivemos uma suposição falsa.

O **terceiro encontro**, em fevereiro de 2021, se iniciou com alguns participantes expondo alguns problemas no contexto da matemática e que gostariam de construí-los no GeoGebra. Foram orientados sobre a importância de, antes do desenvolvimento de uma atividade no GeoGebra, ser necessário organizar a sua estrutura para que o computador possa atender ao objetivo de *feedback* quando acessado. Foi, então, proposto uma reestruturação para o desenvolvimento do trabalho: os professores do grupo se reuniram entre eles para discutirem e desenvolverem tarefas em conjunto.

Neste encontro também foi discutida uma atividade proposta por e-mail, por outro participante para introduzir o conceito formal de limite como segue em seu depoimento:

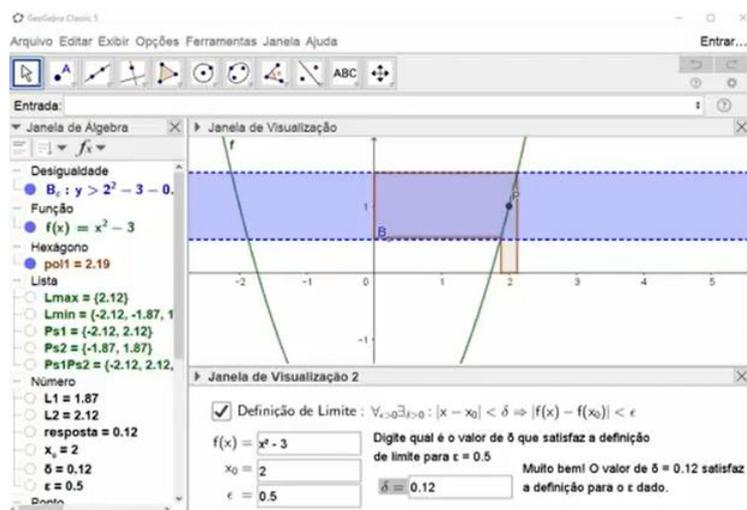
Eu estou com a seguinte proposta de atividade para uma turma de cálculo 1: trabalhar a definição de limites por epsilon e delta. Os alunos apresentam uma grande dificuldade em resolver esses problemas de limites

pela definição e pensando nisso pensei em fazer uma atividade onde entrego pra ele uma função $f(x)=cx+b$, valor de ϵ , valor de x_0 que eu quero fazer o valor de x se aproximar (x tendendo x_0) e peço pra ele responder numa caixa o valor de delta encontrado por ele, se o valor estiver correto aparece uma mensagem dizendo que ele acertou e mostra o gráfico com o intervalo de ϵ e delta correspondente. No caso de o aluno errar o valor, aparecerá uma mensagem dizendo que ele errou e acredito que dá pra colocar uma caixa com a opção **olhar a resolução** para exibir uma resolução detalhada para determinar o valor de delta. Após ele finalizar o exercício ele pode tentar de novo e acredito que podemos colocar os valores de c e d da função de forma aleatória e com isso aparecerá uma nova função. Esse feedback é muito importante para os alunos.

Um dos pesquisadores expos uma proposta de construção para a atividade acima no GeoGebra, cujas instruções foram enviadas a todos, pois o proponente da atividade não a tinha desenvolvido. O pesquisador, buscando motivar os participantes, compartilhou a tela do computador e apresentou algumas possibilidades do GeoGebra e, interagindo com o *software*, explica algumas de suas funcionalidades. O resultado da construção se encontra na Figura 3 apresentando opções de *feedback*, para possível de exploração por alunos.

Figura 3. Definição de limites “por ϵ e δ ”

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \Leftrightarrow \forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in D, |x - c| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon$$



Fonte: desenvolvida por pesquisador (2021).

O grupo sugeriu alguns aprimoramentos e os participantes foram incentivados a pensar em outras atividades, assumindo o compromisso de se dedicarem um tempo maior ao projeto.

Durante o **quarto encontro**, em março de 2021, foi observado a todos a necessidade de que uma aplicação do GeoGebra tenha uma trajetória hipotética de aprendizagem e que os *feedbacks* auxiliem em seu desenvolvimento e motivem o aluno a prosseguir com sua atividade.

Diante das observações acima alguns participantes também destacaram alguns aspetos como:

“deve-se pensar em criar um ambiente na qual o sujeito possa avançar sozinho; poucas ações de vez e depois de cada feedback”; “no desenvolvimento de uma atividade seria necessário estratificar uma determinada atividade, para que sejam dados feedbacks curtos durante o desenvolvimento da atividade”; “criar mini aplicações que façam com que o aluno se adeque ao conteúdo abordado na aplicação”; “possibilite que o aluno possa se desenvolver a partir do seu erro”.

Reconhecendo as dificuldades, os pesquisadores apresentaram alguns recursos do GeoGebra, essenciais para um feedback automático, como: ferramenta Textos, Caixa Exibir e Esconder objetos, Campo de Entrada, Botão, além da possibilidade de trabalho com duas Janelas de Visualização.

Foi sugerido, por um pesquisador, que seria apropriado inserir outras informações na proposta enviada, como um texto explicativo para contextualizar o objetivo da atividade, o tema matemático desenvolvido, o quê foi abordado na atividade e o contexto dos alunos que vão realizar a atividade.

Nesse encontro foi sugerido diminuir o intervalo entre as reuniões para quinze dias e ser formado um grupo no *WhatsApp* para comunicação mais dinâmica entre os participantes. Desse modo algumas sugestões de aprimoramento das propostas foram ali realizadas antes do próximo encontro. Como exemplo segue uma proposta (Figura 4) para determinar o determinante de uma matriz no qual o *feedback* dado informava como calcular o determinante.

Figura 4. Encontrar matriz inversa de uma matriz 2x2

Reiniciar

Nessa tarefa, vamos aprender a como calcular o determinante de uma matriz de ordem 2 e verificamos se ela tem inversa.

Digite abaixo valores para os quatro elementos da matriz e veja como calculamos o seu determinante:

$$M = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$$

M = $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

Escreva o valor do determinante:

CERTA RESPOSTA!

A matriz M tem inversa?

Sim **CERTA RESPOSTA!!**

Não

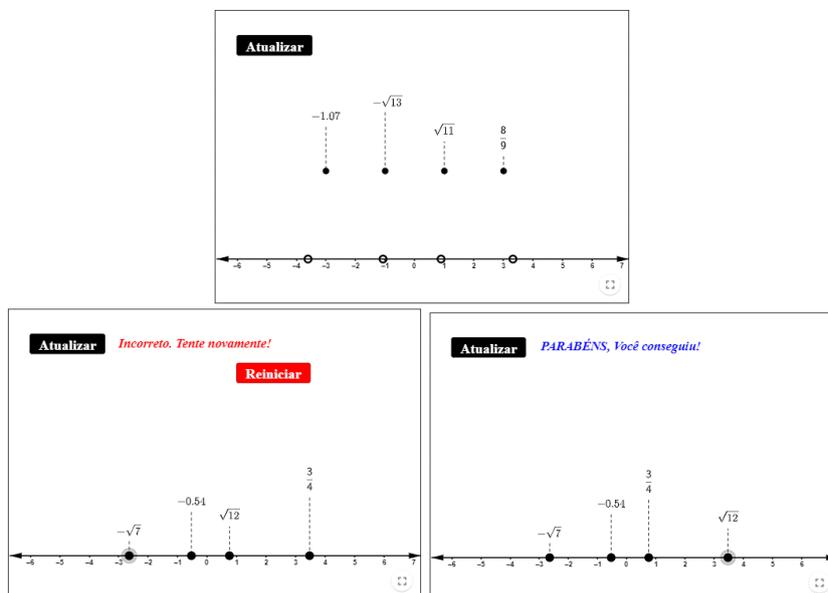
Uma matriz quadrada A é dita invertível quando existe outra matriz denotada A^{-1} tal que $A^{-1} \cdot A = I$ e $A \cdot A^{-1} = I$, onde I é a matriz identidade.

Voltar Avançar Voltar Avançar

Fonte: desenvolvida por dois participantes (2021). Disponível em http://geogebra.es.eip.pt/ficheiros_on_line/html/IlustAppFA-DetMatrizInversa_00.html

Outra proposta enviada (Figura 5) tinha como objetivo propor aos alunos associarem números reais a pontos da reta numérica com a seguinte instrução: *Clicar sobre o ponto para selecioná-lo, depois no círculo sobre a reta*. Nas duas propostas relatadas podemos verificar que a compreensão sobre *feedback* era mais bem entendida por apenas dois participantes.

Figura 5. Reta real



Fonte: desenvolvida por um participante (2021). Disponível em: http://geogebra.es.eip.pt/ficheiros_on_line/html/IlustAppFA-RetaReal_01.html e http://geogebra.es.eip.pt/ficheiros_on_line/html/IlustAppFA-RetaReal_02.html

No início do **quinto encontro**, em março de 2021, ficou estabelecido que as atividades anteriores seriam discutidas considerando textos que indicam características importantes de *feedback* automático e enviados por *WhatsApp* (e.g., Narciss, 2008; Nicol & Macfarlane-Dickb, 2006).

Para melhor compreensão sobre o que os *feedbacks* expressam, foi discutido com os participantes sete princípios de boas práticas de *feedback* dos autores Nicol e Macfarlane-Dickb (2006), acompanhados de reflexões sobre cada um deles.

Boas práticas de *feedback* são definidas de forma ampla aqui como qualquer coisa que possa fortalecer a capacidade dos alunos de autorregular o próprio desempenho. Uma síntese da literatura de pesquisa levou aos seguintes sete princípios:

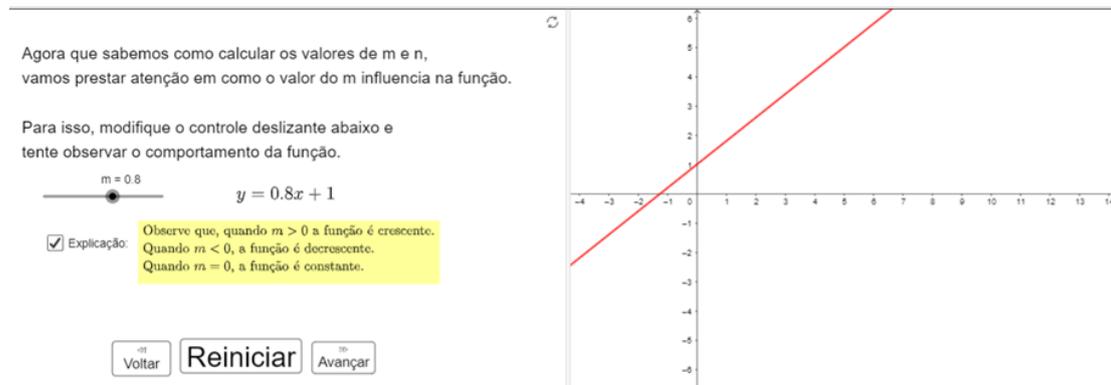
1. Ajudar esclarecer o que é bom desempenho (objetivos, critérios, padrões esperados)
2. Facilitar o desenvolvimento da autoavaliação (reflexão) na aprendizagem.
3. Fornecer informações de alta qualidade aos alunos sobre sua aprendizagem.
4. Incentivar o diálogo entre professores e colegas sobre a aprendizagem.
5. Incentivar crenças motivacionais positivas e autoestima.
6. Oferecer oportunidades para preencher a lacuna entre o desempenho atual e o desejado.

Fornecer informações aos professores que podem ser usadas para ajudar a moldar o ensino. (Nicol & Macfarlane-Dickb, 2006, p. 205, tradução nossa)

Esperava-se que tais princípios os orientassem para que refletissem sobre as propostas enviadas e foram sugeridos aprimoramentos tais como indicar qual procedimento a ser feito para interação e inserir mensagens incentivadoras para novas tentativas de ações.

Em seguida, foram discutidas as atividades das Figuras 4 e 5 e a tarefa da Função Polinomial do 1.º Grau (Figura 6) cujo um dos autores, considerando as sugestões do encontro anterior, apresentou melhorias importantes na proposta.

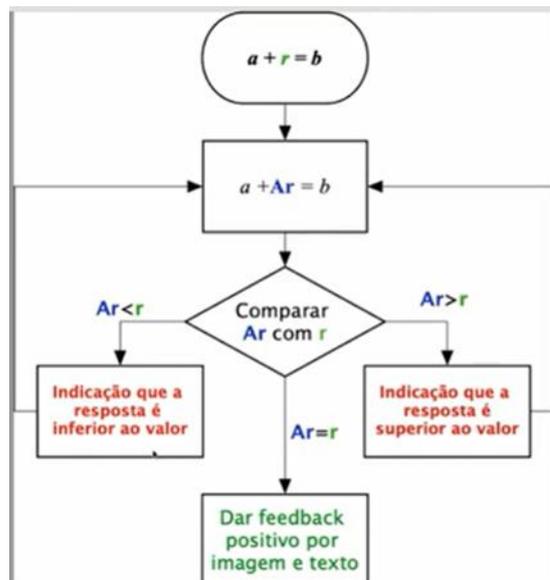
Figura 6. Uma das telas da tarefa sobre função polinomial de 1.º grau



Fonte: desenvolvida por um participante (2021). Disponível em http://geogebra.esse.ipp.pt/ficheiros_on_line/html/IlustAppFA-Funcao1Grau_00.html

Após sugestões das atividades foi apresentado um esquema de planificação (Figura 7) para o desenvolvimento das atividades e dos *feedbacks*, que pudesse orientar uma tarefa por meio de um fluxograma.

Figura 7. Exemplo de fluxograma



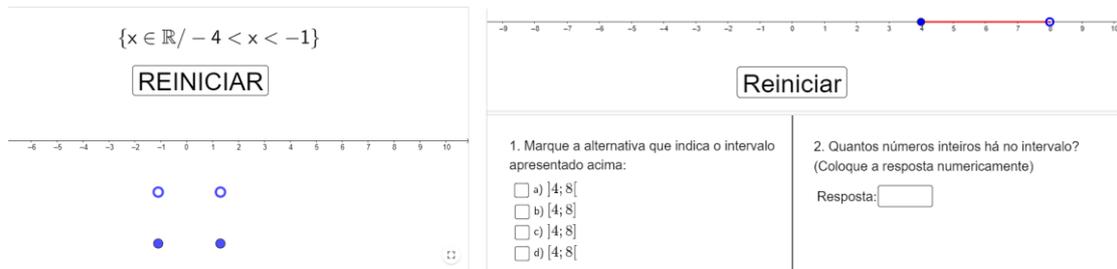
Fonte: desenvolvida por um pesquisador (2021).

Na finalização do encontro um participante solicitou orientações no uso de algumas ferramentas do GeoGebra utilizadas nas tarefas e salientou que era uma dificuldade e que apenas dois participantes tinham conhecimento e os ajudavam nas propostas. Tal fato demonstrou, novamente, a ausência de um conhecimento tecnológico do GeoGebra (TK) como também, tecnológico pedagógico (TPK) pela dificuldade em identificar possíveis *feedbacks* para as tarefas apresentadas pelo Grupo 1. A equipe sugeriu analisar a indicação em apresentar algumas orientações embora não fosse o objetivo do projeto uma formação para o uso do GeoGebra.

O **sexto encontro**, em final de março de 2021, teve início com a apresentação e discussão de uma atividade sobre criptografia e códigos (Figura 8) idealizada por um participante, mas construída com o auxílio de outro que possuía um melhor conhecimento tecnológico (TK). No entanto a tarefa não apresentou uma contextualização sobre a atividade e quais conceitos matemáticos estariam envolvidos.

Figura 8. Atividade sobre intervalos de números reais

Na aplicação é apresentado um intervalo real. Selecione dois pontos, dos quatro disponíveis, para construir o intervalo corretamente. Caso você tenha feito corretamente, o intervalo aparecerá. Depois desenvolva as questões:



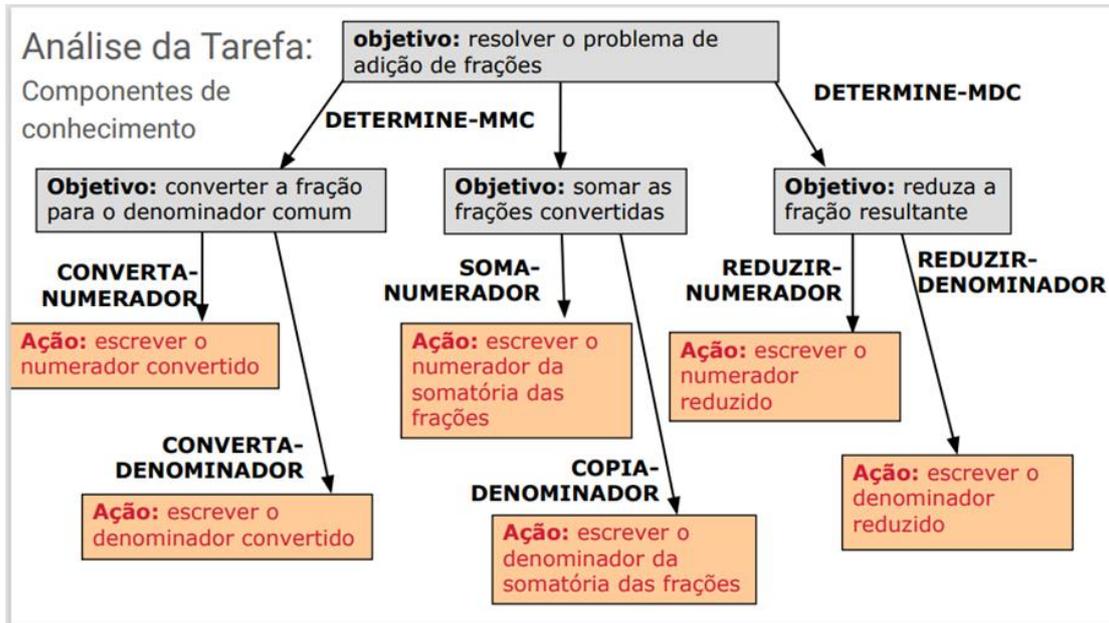
Fonte: desenvolvida por um dos participantes (2021). Disponível em http://geogebra.esse.ipp.pt/ficheiros_on_line/html/IlustAppFA-IntervalosReais.html

Com a interação entre os participantes foi sugerido algumas modificações como um enunciado claro do que precisava ser feito pelo usuário e um campo ou janela na qual pudesse realizar alguns cálculos necessários para a atividade. Como estava a tarefa, ela se assemelhava a um exercício e não tinha nenhum indicativo de *feedback* para acerto ou erro do usuário.

As propostas mais elaboradas sempre partiam de dois integrantes do grupo e os demais apresentavam importantes dificuldades em propor tarefas, minimamente elaboradas, sem ajuda destes dois participantes. Percebemos que o empenho da equipe estava prejudicado com o resultado não satisfatório de alguns integrantes do Grupo 1. As tarefas apresentadas eram bem elaboradas por apenas dois participantes e dos demais bastante limitadas não atingindo o objetivo do projeto mesmo com todas as sugestões e apresentações dadas nos encontros anteriores e por *WhatsApp*.

Em seguida o pesquisador compartilhou um slide, Figura 9, apresentando um exemplo que evidenciava três aspetos a serem considerados em cada tarefa que fosse proposta: objetivos, ações e componentes de conhecimento. Foi apresentada a importância de cada passo a ser dado na construção de uma atividade com *feedback* automático.

Figura 9. Exemplo de análise de uma tarefa



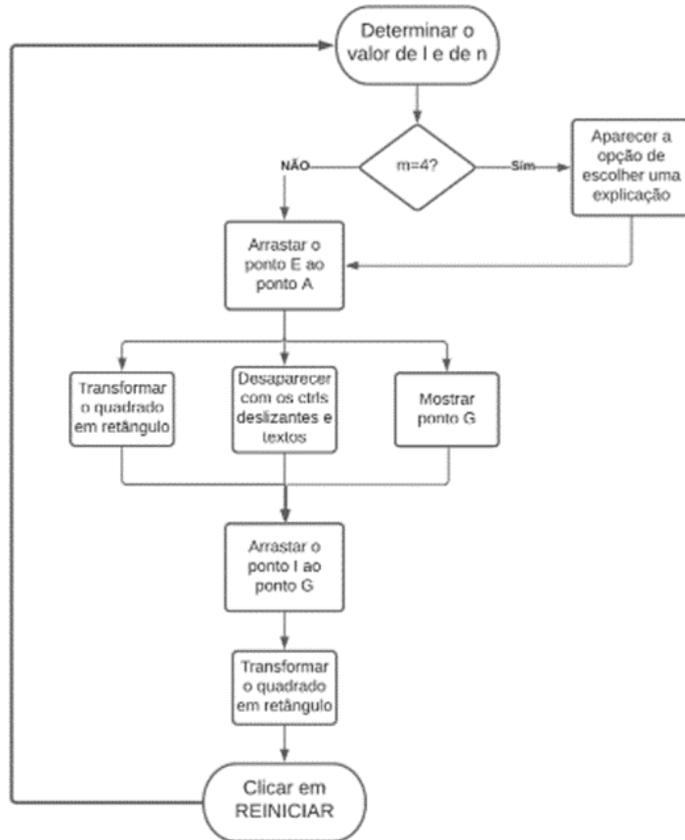
Fonte: desenvolvida por um pesquisador (2021).

Com as explicações foi reforçado, novamente, da importância da análise da proposta antes de sua construção e que refletissem sobre as tarefas enviadas para que fossem aprimoradas de acordo com as sugestões presentes na Figura 9.

Finalizando o encontro foi enviado pelo *WhatsApp* proposta de criação de uma tarefa, para que seja executada pelos participantes, com todos os passos, de modo a atender a solicitação feita pelo Grupo 1, de como podem ser utilizadas algumas ferramentas do GeoGebra propondo, como desafio, a construção de uma aplicação, usando algumas das estratégias apresentadas, relativamente a outro tópico da matemática e à escolha de cada um.

Antes do próximo encontro algumas dúvidas surgiram, apenas por um dos integrantes do Grupo 1, sobre a proposta enviada procurando atender o desafio proposto: sobre intervalos no contexto dos números reais e números racionais e irracionais (Figuras 10) uma das atividades foi discutida no sétimo encontro.

Figura 10. Fluxograma da atividade anterior

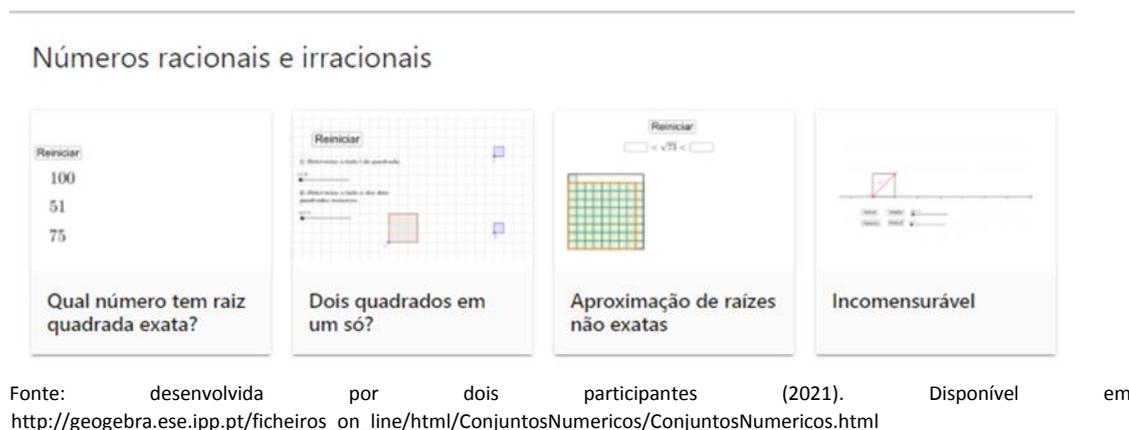


Fonte: desenvolvida por três participantes (2021).

No início do **sétimo encontro**, em abril de 2021, informamos sobre a criação e utilização de um grupo no *GeoGebra Groups* de modo a facilitar o envio das tarefas e o envio dos respectivos comentários. Todos os participantes se inscreveram no que seria um repositório de propostas desenvolvidas no GeoGebra, permitindo comentários e sugestões de aprimoramentos entre outras ações.

Foram discutidas as tarefas propostas, pelos mesmos dois participantes, disponíveis em um livro em materiais do GeoGebra sobre números racionais e irracionais (Figura 11). Em tais propostas percebemos um encadeamento de tarefas que permitem explorar estes números em contextos do mais simples ao mais complexos. São atividades bem elaboradas e foram sugeridos alguns aspetos para aprimoramento, pois algumas delas não apresentavam *feedbacks*.

Figura 11. Tarefas sobre números



Outro participante apresentou uma proposta muito simples sobre adição de números naturais evidenciando tentativas para atender o desafio enviado.

O encontro foi finalizado com os pesquisadores enfatizando a necessidade de uma devolutiva no ambiente do grupo já criado, para que fosse possível algum retorno aos participantes antes do próximo encontro.

Antes do último encontro os pesquisadores constataram que nenhuma mensagem havia no *WhatsApp* e, também, nenhuma tarefa havia sido enviada ao grupo criado e no momento do **oitavo encontro**, em maio de 2021, foi esclarecida, inicialmente, a dúvida de um integrante sobre como colocar som em uma atividade, cujas orientações já tinham sido enviadas e discutidas anteriormente.

Algumas reflexões foram colocadas e esta foi a última reunião do Grupo 1 com os pesquisadores se colocando à disposição de todos os integrantes, permanecendo aberto o ambiente para inserção de tarefas e dúvidas, o que não aconteceu até a redação deste texto.

Consideramos como análise inicial sobre a participação dos integrantes do Grupo 1 que, embora sejam professores de ensino superior e reconhecerem a importância em utilizar o GeoGebra em suas aulas, não encontraram um caminho para que o conhecimento pedagógico, conhecimento tecnológico e o conhecimento pedagógico do tecnológico fossem integrados em suas respectivas práticas o que dificultou uma participação ativa pela maioria deles. Apenas dois professores tiveram uma participação ativa evidenciando os conhecimentos necessários pelo TPCK e contribuindo efetivamente com a pesquisa. Um dos participantes continua a fazer parte do projeto, agora desenvolvido com um novo grupo que denominamos Grupo 2.

O Grupo 2 tem a participação de professores do Brasil, Portugal, Cabo Verde e Angola de forma remota meio da plataforma *ZOOM*. O projeto já está em andamento com o Grupo 2, com maior interesse dos professores sobre os temas que desenvolvem em suas práticas, com algum domínio das possibilidades do *software* GeoGebra que será utilizado. Acreditamos que os objetivos do projeto poderão ser alcançados com esse Grupo 2 e esperamos que sejam construídos recursos que atendam aos objetivos dos participantes.

4. Considerações finais

Concebido inicialmente para o contexto presencial, o projeto *O GeoGebra como Estratégia para Ensino Remoto: Criando Atividades com Feedback Automático*, aprovado nas instâncias da universidade², atende a uma das linhas de pesquisa do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Tecnologias de Informação e Educação Matemática e tem como proposta oferecer a professores de escola básica e

² O projeto tem o apoio de auxílio financeiro concedido pelo PIPRINT- PUC-SP, na modalidade: Plano de Incentivo ao Programa de Internacionalização da Pós-Graduação - EDITAL PIPRINT-PG 9302/ 2020

superior, uma formação para sua atuação no contexto do ensino remoto com a utilização do *software* GeoGebra, não apenas como mais um recurso tecnológico, mas que colabore no desenvolvimento da prática docente, envolvendo conceitos matemáticos e métodos de avaliação automática.

Esse artigo apresentou fases do desenvolvimento deste projeto, de modo remoto, com a participação de nove professores, oito docentes do ensino superior de uma instituição brasileira e um professor da Educação Básica de uma escola pública da mesma região do Brasil, o qual denominamos Grupo 1 e é objeto de estudo deste artigo.

Os professores do Grupo 1, tendo finalizado o projeto com alguns resultados aqui apresentados, evidenciaram a compreensão do significado da proposta e, no entanto, por diferentes fatores, ela não se consolidou por completo por parte da maioria dos participantes, pois consideraram que receberiam uma formação sobre GeoGebra mais interessados em aprimorar sua prática docente.

A problemática exposta no projeto, as reflexões sobre os encontros do Grupo 1, as ações executadas e o tempo percorrido nos retornaram à indagação sobre quais estratégias seriam necessárias para que os professores, em colaboração com os demais participantes, de forma remota, construíssem processos de avaliação automática, segundo indicado por Cury (2008), com possibilidades de *feedback* automático?

Embora diferentes estratégias fossem adotadas nos encontros segundo a metodologia IBD, alguns resultados positivos foram obtidos, mas apenas por parte de dois participantes e consideramos que, como já colocado, imerso nas suas funções docentes muitas vezes o professor tem dificuldades em se aprofundar nos conhecimentos que muitas teorias como a TPCK indicam como fundamentais. No caso do Grupo 1 concluímos que apenas alguns resultados foram satisfatórios e uma formação continuada tanto pedagógica como tecnológica poderia minimizar as dificuldades que emergiram da maioria dos participantes.

Apesar de termos iniciado o projeto com o Grupo 1, julgando que existisse menor necessidade de investimento no domínio dos conteúdos e da tecnologia, as tarefas concebidas no intuito da nossa investigação, com maior sucesso, recaíram em temas do ensino básico e por participantes que lecionavam esses graus de ensino. Foi na sequência destes resultados que a equipe de investigadores do projeto equacionou a criação do Grupo 2.

Com a participação do Instituto GeoGebra de Portugal - IGP, nomeadamente no apoio à formação que é dada à vários níveis e com as parcerias que o IGP já estabeleceu, o projeto teve início, também, em Países Africanos de língua oficial portuguesa, com um grupo de professores denominado Grupo 2 e ainda em desenvolvimento. O Grupo 2, embora no início dos trabalhos, já evidenciam resultados que superam os resultados obtidos do Grupo 1. Esperamos, com esta nova etapa do Grupo 2, um aprofundamento da investigação conduzida aos programas de formação em desenvolvimento.

Importante salientar que considerar o GeoGebra como um instrumento para a prática do professor é importante, pois nessa interação ocorrem a reorganização e a modificação dos esquemas de utilização do *software*, fatos que permitem a estruturação da ação do professor, colaborando para sua formação e aprimoramento de conceitos matemáticos evidenciados na teoria TPCK.

Investigar o uso do GeoGebra na criação de recursos, pelos professores, para o ensino da matemática em diferentes vertentes possibilita a adaptação ou criação de materiais, ajustados aos interesses, às necessidades e aos problemas que enfrentam os professores nas escolas, investigando o uso destes materiais nos contextos escolares e o seu efeito na melhoria dos resultados dos estudantes, criando possibilidades de *feedback* imediato em suas propostas de avaliação. Esta pode ser uma etapa importante, caminhar no sentido de dar a estes materiais algumas das características associadas à inteligência artificial.

Referências

- Abar, C. A. P. (2019). Articulações teóricas sobre a abordagem documental do didático Theoretical articulations on the documentary approach of didactics. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 21(5).
- Barana, A., Boetti, G., & Marchisio, M. (2022). Self-Assessment in the Development of Mathematical Problem-Solving Skills. *Education Sciences*, 12(2), 81. <https://doi.org/10.3390/educsci12020081>
- Cury, H. N. (2008). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Autêntica.

- Drijvers, P. (2018). Digital assessment of mathematics: Opportunities, issues, and criteria. *Measure et évaluation en éducation*, 41(1), 41-66. <https://doi.org/10.7202/1055896ar>
- Hašek, R. (2022). Creative use of dynamic mathematical environment in mathematics teacher training. In P. R. Richard, M. P. Vélez, & S. Van Vaerenbergh (Eds.), *Mathematics education in the age of artificial intelligence. Mathematics education in the digital era*, 17. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86909-0_10
- Jarvis, D., Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2011). GeoGebra, democratic access, and sustainability: Realizing the 21st-century potential of dynamic mathematics for all. In L. Bu, & R. Schoen (Eds.), *Model-centered learning* (pp. 231-241). Brill Sense.
- Kovács, Z., Recio, T., & Vélez, M. P. (2022). Automated reasoning tools with GeoGebra: What are they? What are they good for? In *Mathematics education in the age of artificial intelligence* (pp. 23-44). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86909-0_2
- Kovács, Z., Recio, T., Richard, P. R., Van Vaerenbergh, S., & Vélez, M. P. (2020). Towards an ecosystem for computer-supported geometric reasoning. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-10. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1837400>
- Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. D. (2018). Promover o raciocínio matemático dos alunos: uma investigação baseada em design. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32, 781-801. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a02>
- Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers' college record*, 108(6), 1017-1054.
- Narciss, S. (2008). Feedback strategies for interactive learning tasks. *Handbook of research on educational communications and technology*, 3, 125-144.
- Nicol, D. J., & Macfarlane-Dick, D. (2006). Formative assessment and self-regulated learning: A model and seven principles of good feedback practice. *Studies in higher education*, 31(2), 199-218.
- PREAL & Fundação Lemann (2009). *Saindo da inércia? Boletim da Educação no Brasil*. Fundação Lemann.
- Yerushalmy, M., Nagari-Haddif, G., & Olsher, S. (2017). Design of tasks for online assessment that supports understanding of students' conceptions. *ZDM – Mathematics Education*, 49(5), 701-716. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0871-7>