

À descoberta da estratégia *Modelling Bar* do “Método de Singapura” (MS): Uma experiência didática no 1.º CEB

Inês Pessoa¹

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto

Dárida Fernandes

Paula Flores

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto
inED - Centro de Investigação e Inovação em Educação

Isabel Fernandes

Projeto Faunas | “Fugir do Medo”, a. c.

RESUMO

Esta investigação foi desenvolvida no âmbito da Matemática em Contexto e teve como objetivo principal: compreender de que modo a comunicação e o raciocínio matemático se desenvolvem em crianças do 2.º ano, no processo de resolução de problemas em que a estratégia principal é o *modelling bar*, usado no “Método de Singapura” (MS).

O estudo baseou-se numa sequência didática e procurou dar resposta à seguinte questão problema: De que modo a estratégia *modelling bar* do MS influencia a capacidade de resolver problemas contextualizados relacionados com a adição, a subtração e a multiplicação, em crianças do 2.º ano de escolaridade? Seguindo uma metodologia com características de investigação-ação e com uma abordagem mais a nível qualitativo, o estudo foi desenvolvido numa turma com 21 alunos, com idade média de 7 anos.

A sequência didática englobou sete situações formativas, que se iniciaram com a dramatização de uma história e promoveram a exploração da estratégia de *modelling bar* e a manipulação de materiais.

Após implementação da investigação, verificou-se que as crianças adquiriram e mobilizaram estratégias de cálculo mental, revelaram outras destrezas na aprendizagem e novas capacidades para resolver, com êxito, diversos problemas matemáticos.

Palavras-chave: Matemática em contexto; Resolução de problemas; *Modelling Bar*; “Método de Singapura”; Articulação de saberes.

ABSTRACT

This research was developed in the scope of Mathematics in Context and its main objective was to understand how communication and mathematical reasoning are developed in 2nd grade children, in the process of problem solving in which the main strategy is the modelling bar, used in the "Singapore Method" (MS).

The study was based on a didactic sequence and tried to answer the following problem: How does the modelling bar strategy of the MS influence the ability to solve contextualised problems related to addition, subtraction and multiplication in 2nd grade children? Following an action-research methodology and a qualitative approach, the study was developed in a class with 21 students, with an average age of 7 years old.

The didactic sequence included seven formative situations, which began with the dramatization of a story and promoted the exploration of the modelling bar strategy and the manipulation of materials.

¹Endereço de contacto: ines.pessoa98@gmail.com

After the implementation of the investigation, it was observed that the children acquired and mobilised mental calculation strategies, revealed other learning skills and new abilities to successfully solve several mathematical problems.

Keywords: Mathematics in context; Problem solving; *Modelling Bar*; "Singapore Method"; Knowledge articulation.

1. Introdução

A resolução de problemas possui um grande enfoque no ensino da Matemática, sendo este o “objetivo prioritário (...) e uma parte integral de toda a atividade matemática” (National Council of Mathematics, citado por Fernandes, 1994, p. 37). Deste modo, surge a necessidade de desafiar a curiosidade e a capacidade das crianças, desde cedo, uma vez que quem resolve um problema “por seus próprios meios, experimentará a tensão e vivenciará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter” (Polya, 1978, citado por Romanatto, 2012, p. 300).

Neste estudo, apostou-se em novos métodos de ensino e estratégias diversificadas, relacionadas com a contextualização das aprendizagens, através da dramatização da história “A ovelha que fazia múuu”, de Isabel Fernandes, uma vez que aborda a temática da diferença, um conceito essencial a ser explorado com as crianças. Posteriormente procedeu-se à exploração do *modelling bar* usado no MS na realização de tarefas e na resolução de problemas. Durante todo o processo, usaram-se as potencialidades dos cubos encaixáveis, como forma de promover a passagem do concreto para o abstrato, de um modo “gradual, respeitando os tempos dos próprios alunos” (Bivar et al., 2013, p. 1). Através desta manipulação e da apropriação à nova estratégia proposta – *modelling bar* –, procurou-se desenvolver capacidades de raciocínio, comunicação e metacognição, numa perspetiva integral do conhecimento.

Importa mencionar que o presente artigo mobiliza, numa primeira parte, um enquadramento teórico, no qual estarão presentes a dimensão conceptual e programática e uma dimensão pedagógica sobre a articulação de saberes, bem como a estratégia *modelling bar* do MS usada na resolução de problemas. Posteriormente, apresenta-se a metodologia implementada seguida de uma análise cuidada e detalhada dos dados recolhidos, no sentido de dar resposta aos objetivos delineados e à questão de investigação, sendo apresentadas, por fim, as conclusões.

Este estudo pretende incentivar o gosto dos alunos pela Matemática, assim como apoiar e promover a melhoria de práticas pedagógico-didáticas na formação de professores, enriquecendo o docente e os alunos, na perspetiva de que ensinar a aprender Matemática é o mais importante (Fernandes, 1994 a 2020) para se conseguir o desígnio desta ciência estar ao alcance de todos, como preconiza Fernandes (2017, 2020).

2. Problemática e objetivos de investigação

Neste ponto importa referir que a resolução de problemas é um conteúdo programático no qual as crianças revelam fragilidades. Tendo em conta este facto e o período de confinamento pelo qual os alunos passaram, tendo sido parte do 2.º período e todo o 3.º período de E@D, as fragilidades nesta área da Matemática ainda se encontravam mais acentuadas. Antes da implementação do estudo os alunos revelavam dificuldades na compreensão dos enunciados, na recolha dos dados para a resolução dos problemas, bem como na própria resolução, existindo notórias lacunas nas estratégias de cálculo mental. Este estudo surge como forma de colmatar estas fragilidades, na área de resolução de problemas e simultaneamente desenvolver outras capacidades às crianças.

Nesta investigação procurou-se aprofundar conhecimento relacionado com três dimensões, que se perspectivaram de um modo individual e social: a dimensão humana “Compreender as atitudes das crianças perante a sequência didática apresentada, tendo por base a dramatização de uma história”; a dimensão conceptual “Compreender o raciocínio matemático desenvolvido pelas crianças, na utilização da estratégia do *modelling bar*, no MS, na resolução de problemas, de adição, subtração e multiplicação, no 2.º ano de

escolaridade do 1ºCiclo do Ensino Básico, em período pós confinamento”; e a dimensão pedagógico-didática “Compreender a importância da contextualização das aprendizagens matemáticas no processo de construção de conhecimentos” (Vygotsky, 1979).

Após a identificação destas inquietações e da vontade de aprofundar esta temática, formulou-se a seguinte questão de investigação: “De que modo a estratégia *modelling bar* do “Método de Singapura” (MS) influencia a capacidade de resolver problemas contextualizados relacionados com a adição, a subtração e a multiplicação, em crianças do 2.º ano de escolaridade?”.

Tendo por base esta problemática, delinearão-se três objetivos específicos para realizar a presente investigação, relacionados ainda com as dimensões delineadas anteriormente: i) analisar as atitudes (motivação, curiosidade, atenção e o questionamento) dos alunos, na resolução de problemas, tendo por base uma nova estratégia pedagógico-didática; ii) compreender e relacionar as potencialidades concetuais de compreensão, de estabelecimento de relações entre os dados: concretos, visuais e simbólicos do uso do *modelling bar* na resolução de problemas; iii) averiguar o impacto da utilização do *modelling bar* na consolidação de saberes contextualizados e relacionados com a aprendizagem das operações lineares e do desenvolvimento do raciocínio pré-algébrico.

3. Contextualização teórica

3.1. Dimensão conceitual e programática

O enquadramento programático da presente investigação reside em três documentos orientadores: (i) no *Programa e Metas Curriculares de Matemática* (2013), no domínio de Números e Operações (NO2) do 2.º ano do 2.º CEB, no subdomínio Adição e Subtração; e Multiplicação, integrando os objetivos gerais: 6 e 8. Resolver problemas; (ii) nas *Aprendizagens Essenciais de Matemática do 2.ºano* (2018), no tema Números e Operações – Resolução de Problemas, cujo objetivo de aprendizagem envolve “conceber e aplicar estratégias na resolução com números naturais, em contextos matemáticos, e avaliar a plausibilidade dos resultados.”; (iii) no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (Martins, 2017), referindo que o aluno deve ser conhecedor/sabedor/culto/informado, indagador/investigador, sistematizador/organizador, questionador, comunicador/desenvolvimento da linguagem e da oralidade, autoavaliador, participativo/colaborador e responsável/autónomo.

4. Dimensão pedagógica

4.1. Matemática em contexto

A Matemática em Contexto (MiC), tem como objetivo desenvolver a compreensão matemática, através da aprendizagem em contextos reais ou imaginários, mas com sentido para as crianças. Deste modo, devem ser criadas sequências didáticas que partam de conceitos mais significativos e concretos, para as crianças, para os mais abstratos (Dickinson & Hough, 2012).

Neste sentido, é de mencionar que as tarefas propostas na MiC pretendem promover nas crianças a motivação e curiosidade, bem como capacidades de exploração de relações matemáticas, investigar novas estratégias de resolução e o trabalho cooperativo.

No seguimento das ideias referidas acima, a MiC é crucial na prática pedagógica, pois promove-se a motivação e interesse dos alunos, através da conexão de problemas reais com aprendizagens matemáticas (Boaler, 1993; Dickinson & Hough, 2012).

4.2. O “método de singapura” (MS)

O MS apoia-se no conhecimento aprofundado da Matemática, onde vigora uma intencionalidade na aprendizagem e uma sequencialização intencional dos conteúdos e dos conceitos (Fernandes, 2017; *Singapore Math Inc.*, 2020).

Posto isto, importa mencionar uma das características do MS, que foi inicialmente proposta por Piaget (1975) e Bruner (1966) nas fases do conhecimento matemático, a abordagem Concreta-Pictórico-Abstrata (CPA), que permite um entendimento mais profundo da Matemática, uma exploração gradual e mais eficaz dos conceitos, sendo realizada por níveis crescentes de abstração, num processo em espiral, em que o novo conhecimento é suportado pelos saberes já adquiridos (*Singapore Math Inc.*, 2020; Teixeira, 2015). Assim, os princípios desta abordagem CPA, encontram-se presentes em todo o currículo de Matemática, em Singapura, apoiando-se noutras estratégias, como o *modelling bar*, o pensamento matemático e o “*Number Bond*” (*Singapore Math Inc.*, 2020; Teixeira, 2015).

4.3. A resolução de problemas

Em pleno século XXI, a realidade é apresentada com um maior grau de complexidade, o que implica desafios igualmente mais complexos a que o ser humano tem de dar resposta. Neste sentido, Brandão (2005, baseado em Neto, 1998; Perez & Castro, 1989), revela ser fundamental a necessidade de ensinar os alunos a resolver problemas, como forma de os preparar e serem capazes de “lidar com a crescente complexidade, com as mudanças contínuas e com um conhecimento em rápida expansão” (pp. 35-36).

Numa aula de Matemática em Singapura, a resolução de problemas tem um enorme destaque, sendo considerada “o coração” da aprendizagem matemática. Assim, é de evidenciar a importância do Modelo Pentagonal do Currículo de Matemática de Singapura (cf. Figura 1), onde a Resolução de Problemas é o ponto central neste modelo e está vinculada com a cinco componentes relacionadas entre si: os conceitos, os procedimentos, os processos, a metacognição e as atitudes (Teixeira, 2016).

De acordo com os especialistas de Singapura, a escolha do problema apresenta-se como um processo fundamental sendo que, este deve motivar e fazer sentido para a criança.

Figura 1. A Resolução de Problemas no centro da aprendizagem matemática no Método de Singapura



4.4. O Modelling Bar – “Método de Singapura”

O *modelling bar* é uma estratégia frequentemente usada na resolução de problemas, no MS, que permite que os alunos transformem o enunciado de um problema em algo concreto, conseguindo desta forma retirar os dados que precisam, o que é desconhecido, pedido, e o que já é conhecido (Fernandes, 2017; *Singapore Math Inc.*, 2020). Uma das suas características é a utilização dos cubos encaixáveis de cores, num primeiro momento, e posteriormente a passagem para barra, sendo que esta última representa o número total de cubinhos, realizando deste modo, uma passagem da fase concreta para a fase pictórica.

Ao longo de todo este processo e da manipulação deste modelo, os alunos estão a desenvolver competências, tais como, a abstração, na qual os alunos estão a concretizar, do mais simples para o mais complexo, explorando os materiais, e o desenvolvimento do pensamento algébrico, através das associações, representações, generalizações e abstrações que realizam.

5. Metodologia de investigação

Nesta secção será apresentada a natureza da investigação, as técnicas e os instrumentos de recolha de dados, a caracterização da turma que participou no estudo, bem como as sessões que compõem a sequência didática. Esta investigação seguiu uma metodologia de investigação-ação que estimula o docente para a análise e para a reflexão sobre as suas ações e as estratégias implementadas, com vista a melhorar as suas práticas pedagógicas em prol do contexto educativo.

Por outro lado, o estudo em causa, no que concerne à natureza da investigação seguiu uma dimensão qualitativa e interpretativa, na medida em que se estudou “a realidade no contexto natural”, interpretando “os fenómenos de acordo com os significados que eles têm para as pessoas envolvidas” (Gómez et al., 1996, p. 32). Numa perspetiva de aprendizagem alcançada, a metodologia teve preocupações no âmbito quantitativo, focando-se na explicação e controlo dos dados, procurando “a lógica da descoberta” (Meirinhos & Osório, 2016, p. 51). Por outro lado, como “dados de natureza quantitativa e qualitativa podem ser recolhidos, com claras vantagens no processo de resolução do mesmo problema” (Fernandes, 1991, p. 66), prosseguiu-se uma investigação de carácter misto, maioritariamente qualitativa.

De forma convergente ao que foi referido, acrescenta-se ainda que a investigação desenvolvida é um estudo de caso, uma vez que se apresenta como um contexto único e irrepetível, com uma estrutura nas diferentes dimensões identificadas.

5.1. Caracterização da turma

A presente investigação realizou-se numa turma do 1.º CEB, constituída por 22 alunos, dos quais 14 eram do sexo masculino e oito do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 7 e os 8 anos. É de referir, que um dos alunos que integrava a turma encontrava-se em processo de admissão nas medidas de suporte à aprendizagem e à inclusão, seletivas e adicionais, e 11 alunos, incluindo o aluno mencionado, eram abrangidos pelo Decreto-Lei n.º 54/2018, usufruindo, deste modo, de medidas universais.

Na generalidade, os alunos da turma demonstravam-se bastante ativos, envolvidos e motivados no processo de ensino e aprendizagem, apresentando uma maior motivação aquando atividades mais lúdicas e dinâmicas. No entanto, as fragilidades eram notórias nas diversas áreas, uma vez que, grande parte do 1.º ano foi em regime de E@D.

5.2. Sessões da sequência didática

A sequência didática (Tabela 1) planificada e implementada pretendeu dar resposta à questão-problema e aos objetivos delineados inicialmente.

Tabela 1. Sessões da sequência didática

Sessões	Breve descrição
1. ^a sessão	Ponto de partida – Dramatização e exploração da história “A ovelha que fazia múuu”, por parte da autora Isabel Fernandes;
2. ^a e 3. ^a sessão	Exploração da história “A ovelha que fazia múuu”, de Isabel Fernandes;
4. ^a sessão	Missão “À descoberta do labirinto da ovelha que fazia múuu”: 1^aetapa: Adição em ação
5. ^a sessão	Missão “À descoberta do labirinto da ovelha que fazia múuu”: 2^aetapa: À descoberta da subtração
6. ^a sessão	Missão “À descoberta do labirinto da ovelha que fazia múuu”: 3^aetapa: Subtração em ação
7. ^a sessão	Missão “À descoberta do labirinto da ovelha que fazia múuu”: 4^aetapa: Problemas diversos

Deste modo, esta contemplou sete sessões de trabalho, das quais três foram destinadas à exploração da história “A ovelha que fazia múuu”, de Isabel Fernandes e quatro à resolução de problemas, através da exploração da estratégia *modelling bar*. As três sessões destinadas à exploração da história ocorreram em blocos de 60 minutos cada uma e as sessões relativas à resolução de problemas, através da nova estratégia pedagógico-didática ocorreram em três blocos distintos de 60 minutos, cada uma. O ponto de partida para o despoletar da sequência didática planificada e implementada, foi a dramatização (cf. Figura 2) e exploração da história “A ovelha que fazia múuu”, por parte da autora, Isabel Fernandes. Através desta dramatização e da presença da autora, existiu um despertar de sentimentos nas crianças, como a motivação, felicidade, entusiasmo e envolvimento, sentimentos esses fundamentais para a contextualização das aprendizagens, com especial destaque para as de Matemática.

Figura 2. Dramatização da história "A ovelha que fazia múuu", por parte da autora, Isabel Fernandes

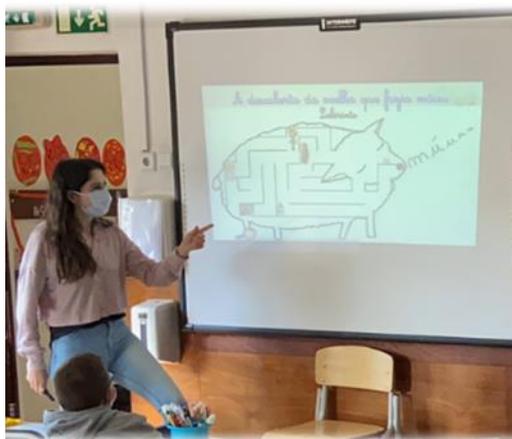


Posteriormente, como forma a prosseguir com a exploração didática da história e a existir um fio condutor, as crianças foram desafiadas, através de uma das personagens da história, a pastora, a desvendar uma mensagem secreta. Para isso, as crianças tinham de resolver desafios, que se encontravam num guião de exploração, à medida que superavam esses desafios recebiam partes da mensagem da pastora, que comunicava com as crianças. No final, a mensagem desvendada levava as crianças à construção do Bilhete de Identidade de uma ovelha.

No final das três sessões foi proposto às crianças, como trabalho autónomo de férias da Páscoa, a realização de um desenho acompanhado por uma frase da parte da história que as crianças mais gostaram, de modo a criarem posteriormente um livro físico da história "A ovelha que fazia múuu". Numa aula posterior foi construído o livro físico e de seguida o digital².

De seguida, iniciou-se a realização de uma Missão especial, designada por: "À descoberta do labirinto da ovelha que fazia múuu". Esta foi concretizada em quatro sessões de trabalho destinadas à exploração e à resolução de problemas, através da exploração da estratégia *modelling bar* do MS, manipulando cubos encaixáveis. A missão teve como orientação um labirinto (cf. Figura 3) e um mapa (cf. Figura 4) com os desafios de cada etapa, sendo estas – 1ª etapa: *Adição em Ação*; 2ª etapa: *À descoberta da subtração*; 3ª etapa: *Subtração em ação*; 4ª etapa: *Problemas diversos*.

Figura 3. Labirinto da Missão "À descoberta do labirinto da ovelha que fazia múuu"



² <https://www.storyjumper.com/book/read/106398256/2F>

Figura 4. Mapa das etapas do labirinto à descoberta da ovelha que fazia múuu



A concretização destes desafios tinha como principal objetivo: fomentar o uso da nova estratégia pedagógico-didática, na resolução de problemas e na promoção e desenvolvimento de estratégias de cálculo mental. No que concerne à 1ª etapa: *Adição em Ação*, esta era destinada à exploração de resolução de problemas de um e dois passos relativos à operação de adição, tendo sido explorados os diferentes significados relativos a esta – *acrescentar* e *combinar*. Nesta etapa, apresentou-se às crianças a estratégia *modelling bar*, abordando-se um pouco da história do país do MS. Na 2ª etapa: *À descoberta da subtração* procedeu-se à exploração de problemas relativos à operação de adição e posteriormente ao início da subtração, através da apresentação da nova estratégia. A 3ª etapa: *Subtração em ação* foi relativa à resolução de problemas de subtração, onde foram abordados os distintos significados – *retirar*, *comparar* e *completar*. Na 4ª etapa: *Problemas diversos* e última etapa resolveram-se diferentes problemas referentes à operação da multiplicação e ao dinheiro.

O labirinto e o mapa estiveram presentes ao longo das quatro sessões, sendo que estes fechavam-se, no final de todas as aulas, dando assim por terminada aquela etapa da missão. Nesse momento era entregue às crianças um desafio denominado por – *Desafia-te!* – que era proposto para trabalho autónomo, sendo este um dos momentos da aula do MS.

Neste seguimento, após a primeira etapa e até à quarta etapa, como forma de despertar a curiosidade das crianças, bem como a motivação e o envolvimento destas na missão proposta, o desafio do trabalho autónomo da aula anterior era explorado em grande grupo e as crianças tinham ainda de resolver um desafio inerente ao conteúdo da etapa anterior, para desbloquearem o cadeado da missão. Pretendia-se, assim, estabelecer uma ligação entre todas as aulas e etapas, ativando e mobilizando os conhecimentos prévios das crianças.

Importa referir que todas as etapas eram constituídas por problemas matemáticos contextualizados com temas relacionados com a natureza e dramatizados na história “A ovelha que fazia múuuu” de modo a promover a articulação de saberes entre o Português e a Matemática e uma envolvimento especial da aprendizagem da criança. Esta articulação também ocorreu com o Estudo do Meio e outras áreas, uma vez que ao longo das aulas, em momentos chave do labirinto encontravam-se imagens destinadas a diversas curiosidades.

No início da missão foi afixado no quadro de cortiça da sala um labirinto (cf. Figura 5) e foi entregue a cada aluno um labirinto. No final de cada desafio as crianças acediam a indicações para o labirinto, e tinham de preencher tanto o seu labirinto como o que se encontrava exposto.

Figura 5. Labirinto em folha A3 afixado no quadro de cortiça da sala de aula: Aluno D a colocar a indicação obtida



Os desafios propostos tiveram sempre um momento de trabalho autónomo e posteriormente uma exploração em grande grupo, com a partilha das diferentes estratégias de cálculo mental utilizadas pelas crianças. É de referir que, em ambos os momentos, se recorreu à manipulação dos cubos encaixáveis, como é desejável na estratégia do *modelling bar*, num primeiro momento e como forma de diferenciação pedagógica numa fase mais avançada.

A partilha de conhecimentos foi constante, tanto pela escrita no quadro branco como pelo padlet³ criado, que permitiu não só a partilha de conhecimentos entre turma, como promoveu a envolvimento da família no processo de aprendizagem dos filhos, através da partilha do link, pelas crianças. Aquando da partilha das diversas estratégias exploradas pelas crianças, foi também identificada a existência de três ou mais estratégias diferentes de resolução do mesmo problema, sendo anunciado o *clever day* (uma motivação adicional que caracteriza também o MS), felicitando as crianças com uma salva de palmas, reforços positivos e uma medalha que usavam nesse dia.

Na sétima e última sessão, foi entregue às crianças um certificado de participação na Missão “À descoberta da ovelha que fazia múuu” bem como, um prémio simbólico de participação, como forma a felicitar às crianças pela sua postura ao longo das sessões e conhecimentos adquiridos e explorados na sequência didática. Deste modo, as crianças entendem que os seus conhecimentos e esforços dão frutos, sendo estes reforços positivos fulcrais para o crescimento da autoestima e sentimento de felicidade dos alunos.

Deste modo, em todas as aulas, existiu uma diversidade de recursos didáticos fundamentais para o enriquecimento e sucesso do processo educativo. É ainda de referir, que no final de todo o trabalho desenvolvido criou-se um livro digital “acerca da Missão “À descoberta da ovelha que fazia múuu”, que contempla algumas das resoluções das crianças de todos os desafios das quatro etapas que constituíam a missão. Este possui ainda uma adaptação das curiosidades que surgiam ao longo do labirinto e as indicações do labirinto já efetuadas.

5.3. Técnicas e instrumentos de recolha de dados

As técnicas e instrumentos de recolha de dados utilizados na investigação foram diversificados e tiveram em atenção a questão-problema e os objetivos elencados, pois uma investigação é uma “tentativa sistemática de atribuição de respostas às questões” (Tuckman, 2000, p. 5). Atendendo ao referido, a recolha de dados suportou-se na observação naturalista, participante e ativa, em reflexões contínuas de uma equipa multidisciplinar, bem como por uma análise documental cuidada, pela entrevista realizada à professora cooperante, por inquéritos por questionário aplicados aos alunos, pela realização de notas de campo, diários de bordo, registos fotográficos e vídeos, assim como a análise das produções orais e escritas das crianças.

³ <https://padlet.com/inespessoalarabessa/aovelha>

⁴ <https://www.calameo.com/read/0063099315e1581c780ce>

Desta forma, ao longo das sete aulas lecionadas, apontou-se, de forma objetiva, concisa e descritiva num bloco de notas, o registo dos momentos mais significativos da prática pedagógica (Gall et al., 1996). Também se recorreu ao uso de telemóveis, como forma a fotografar momentos cruciais das aulas e os registos produzidos pelos alunos, bem como a realização de gravações audiovisuais dos momentos mais pertinentes. Como complemento à observação, foram analisados alguns documentos, como os guiões de trabalho realizados pelos alunos nas aulas lecionadas. A entrevista à professora cooperante e os inquéritos por questionário aos alunos foram ainda dois dos instrumentos utilizados para a recolha de dados. Assim, recorreu-se a distintas técnicas e instrumentos de recolha de dados que permitiram adquirir os dados necessários para uma posterior triangulação dos mesmos de modo a construir evidências objetivas e fiáveis deste estudo de caso.

6. Análise e discussão dos resultados

Nesta rúbrica serão apresentadas as análises realizadas às produções das crianças, na resolução de alguns problemas propostos da sequência didática e, sempre que oportuno, serão integrados os dados obtidos com os outros instrumentos de recolha de dados.

Na primeira situação formativa foram propostos cinco problemas relativos à operação da adição, tendo sido introduzida a estratégia *modelling bar*, logo na resolução do primeiro problema. Ao longo desta situação formativa, as crianças exploraram os problemas, aplicando a nova estratégia pedagógico-didática, com a ajuda da manipulação dos cubos encaixáveis, num primeiro momento, com a concretização da aprendizagem, como preconiza o modelo CPA do MS. As crianças demonstraram facilidade na compreensão dos enunciados dos problemas e da estratégia proposta, através da exploração e manuseamento do material, como se pode entender nos comentários realizados “Com os cubos encaixáveis é mais fácil.”; “Professora esta estratégia ajuda-me bastante a entender o problema”.

Neste momento, torna-se importante analisar as distintas estratégias utilizadas pelas crianças, em dois problemas relativos a esta aula, como forma de perceber como foram prosseguidos os objetivos da investigação. No desafio três, (cf. Figuras 6 e 7), percebe-se que a estratégia adotada pelas crianças, no terceiro problema, foi a decomposição de parcelas. Nestes dois problemas pode-se concluir que as crianças usaram também o conceito de “*Number bond*”, explorado no desenvolvimento do cálculo mental, aquando trabalhado o MS. As crianças souberam conciliar a nova estratégia de *modelling bar* com processos de cálculo mental muito relevantes na descoberta da solução do problema.

Figura 6. 1ª etapa: Adição em ação – Desafio 3: Resolução do aluno D

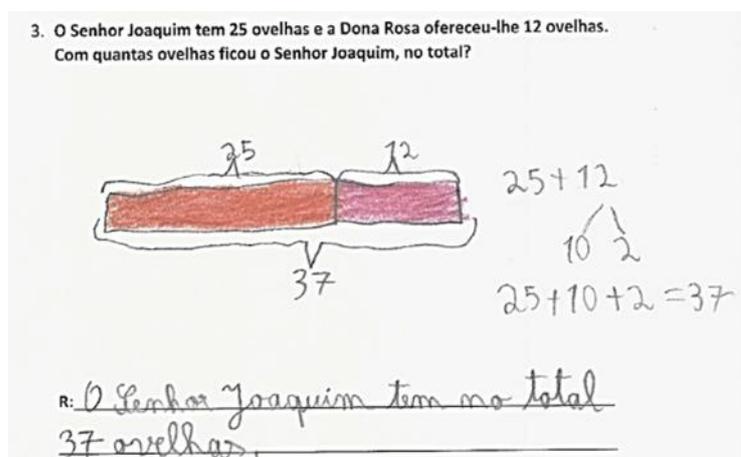
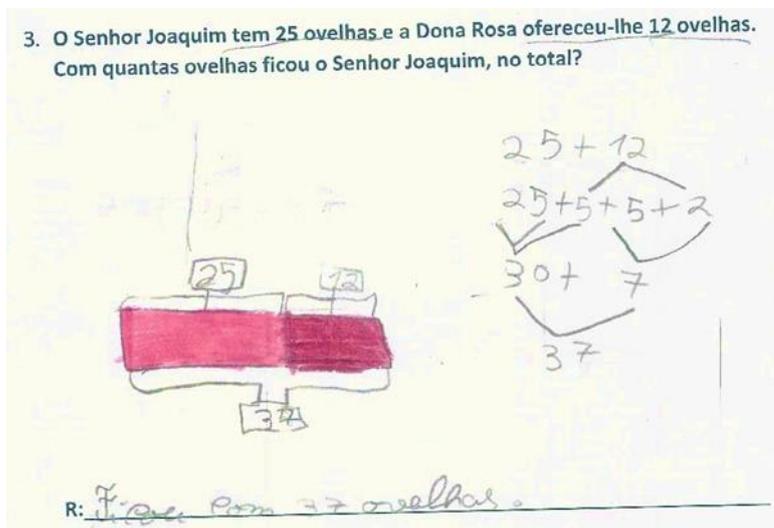
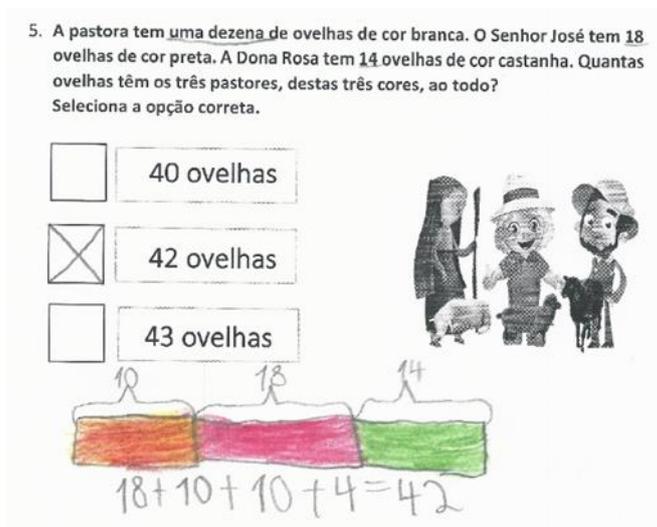


Figura 7. Adição em ação – Desafio 3: Resolução da aluna M



Relativamente ao desafio cinco (cf. Figura 8), consegue apurar-se que a criança decompôs uma das parcelas em ordens e de seguida adicionou a primeira parcela com as duas dezenas representadas, e por fim as unidades, obtendo o resultado final.

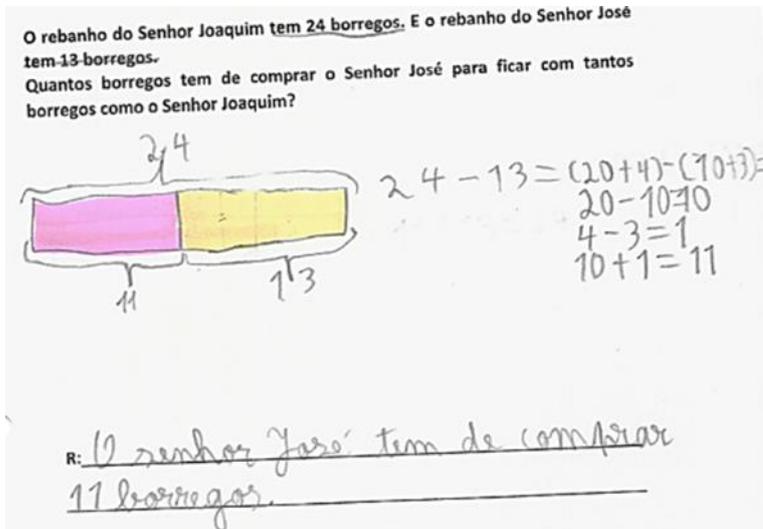
Figura 8. Adição em ação – Desafio 3: Resolução da aluna M



Na segunda aula, consolidou-se a operação da adição, sendo de seguida explorados problemas relativos à operação da subtração, tal como é sugerido no MS, isto é, a subtração é lecionada com base no conceito de ser a operação inversa da adição e numa perspetiva do *Fact Family Basic*. Desta forma, a subtração surgiu de um modo natural, algo que um dos alunos mencionou aquando da partilha, em grande grupo, de diferentes estratégias de cálculo mental, “Posso confirmar o resultado, subtraindo, professora, não é?”. Esta operação, foi explorada em duas situações formativas, com um total de cinco problemas contextualizados.

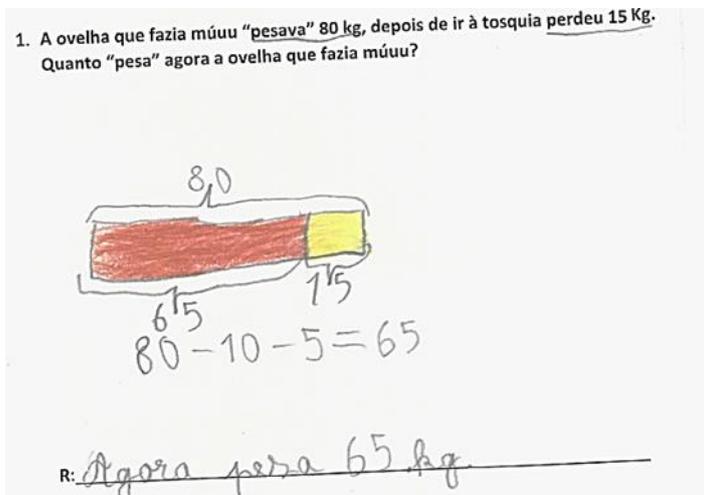
Assim, analisar-se-á as estratégias das crianças em dois dos problemas explorados nestas aulas. Através da análise da Figura 9, observa-se que a criança decompôs ambos os números em ordens e de seguida os agrupou, dezenas com dezenas e unidades com unidades, subtraindo-os e no final adicionando as diferenças.

Figura 9. Subtração em ação - Desafio Desbloquear o cadeado: Resolução do aluno D



Na Figura 10, a criança decompôs a segunda parcela em ordens, subtraindo de seguida as dezenas, e por fim as unidades, obtendo o resultado.

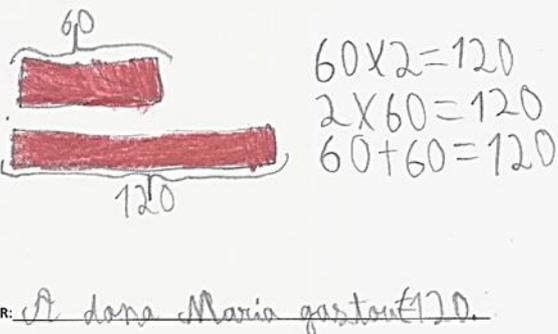
Figura 10. 3ª etapa: Subtração em ação – Desafio 8: Resolução do aluno J



Na última situação formativa, foram explorados três problemas, relativos à multiplicação e um deles também ao conteúdo do dinheiro. Deste modo, relativamente ao desafio onze, (cf. Figura 11) é possível visualizar três estratégias diferentes utilizadas neste, "Professora conseguimos atingir o *clever day*, somos muito inteligentes", uma das motivações adicionais no processo de resolução de problemas do MS. As duas primeiras referentes à multiplicação, usando a propriedade comutativa e a última relativa a adições sucessivas da mesma quantidade, neste caso a criança adicionou o 60 duas vezes.

Figura 11. Problemas diversos - Desafio11: Resolução do aluno D

2. A pastora comprou uma ovelha por €60. A Dona Maria comprou 3 ovelhas pelo dobro do preço. Quanto pagou a Dona Maria por 3 ovelhas?

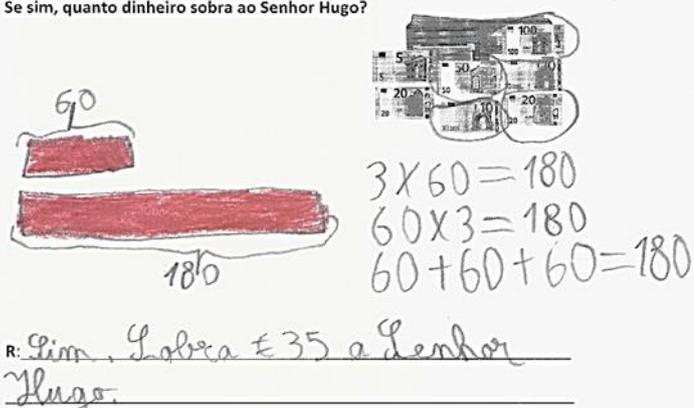


R: A dona Maria gastou 120.

No desafio doze, (cf. Figura 12) observam-se também três estratégias, sendo estas as mesmas utilizadas no problema anteriormente referido.

Figura 12. 4ª etapa: Problemas diversos - Desafio12: Resolução do aluno D

3. O Senhor Hugo na sua carteira, tem o dinheiro que vês na imagem. Ele quer comprar 3 ovelhas e sabe que uma ovelha custa €60. Será que o dinheiro do Senhor Hugo chega para comprar as 3 ovelhas? Se sim, quanto dinheiro sobra ao Senhor Hugo?



R: Sim, sobra €35 ao Senhor Hugo.

Através das resoluções acima referidas e analisadas, consegue-se visualizar o rigor matemático, a importância dada aos pormenores, através da cuidada pintura das barras, das chavetas rigorosas, bem como o comprimento das barras em relação ao valor a indicar. Tudo isto foi alcançado após várias insistências e tempo dedicado à exploração cuidada de todas as características do *modelling bar*, tendo sido esta uma das dificuldades sentidas ao longo das situações formativas, por parte das crianças, devido à necessidade de se insistir no rigor das diferentes representações: visuais e simbólicas.

Deste modo, através da análise cuidada da implementação da sequência didática, da observação e dos guiões de trabalho realizados pelas crianças e dos comentários destas no decorrer da experiência formativa, apurou-se que nas diferentes sessões, na generalidade, existiu uma compreensão ativa dos problemas, pelo estabelecimento das relações entre os dados e a seleção da informação relevante dos mesmos, que se pode

comprovar no livro digital⁵, onde constam as resoluções das crianças. Por outro lado, neste processo foi possível promover potencialidades concetuais importantes, como a da capacidade de visualização pelo uso do *modelling bar* na resolução de problemas e o desenvolvimento da aquisição de estratégias de cálculo mental pelo uso do “*Number Bond*”.

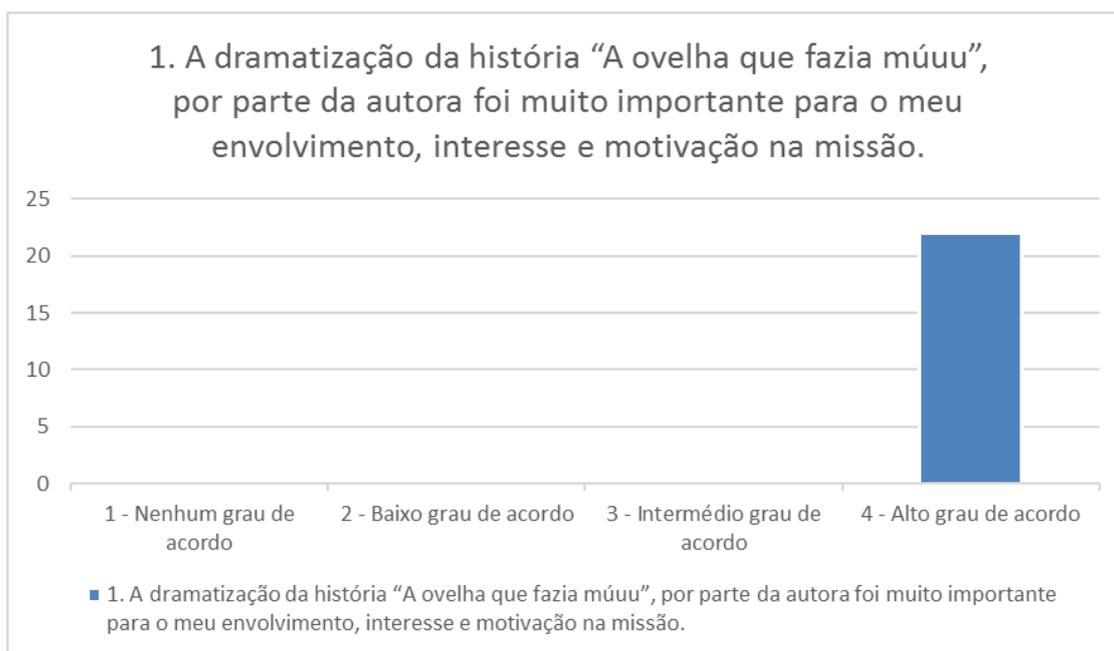
Ao longo da investigação, através da observação e do auxílio de grelhas de observação, construídas antes da ação, averiguou-se um notório desenvolvimento de estratégias de cálculo mental, bem como uma maior motivação, participação e envolvimento das crianças no processo de aprendizagem. Algo possível de constatar através dos comentários das crianças: “Hoje vamos continuar o labirinto? Eu quero muito!”; “As barrinhas ajudam-me muito professora, porque assim já consigo fazer.”; “Professora se eu decompuser o número é mais fácil para mim.” e “Como é a subtração, eu coloquei o 13 na minha cabeça e fui adicionando mais um até chegar ao 24.”.

De modo a analisar o impacto, nas crianças, da estratégia *modelling bar* do MS na capacidade de resolver problemas contextualizados relacionados com a adição, a subtração e a multiplicação, bem como a análise da experiência vivida pelas crianças com a autora da história “A ovelha que fazia múuu”, foram elaborados e aplicados os inquéritos por questionário aos alunos.

Assim, a estrutura dos questionários contemplou duas partes: Tema 1 – Exploração da história “A ovelha que fazia múuu”, de Isabel Fernandes e Tema 2 - Resolução de problemas através da estratégia *modelling bar* do Método de Singapura (MS). É de referir que a escala era gradativa, desde o nível 1- nenhum grau de acordo até nível 4 - alto grau de acordo. De seguida, serão destacados os aspetos mais relevantes perante a questão de investigação em causa e os objetivos elencados.

Relativamente à primeira parte do questionário, conseguiu-se apurar que, no geral, as crianças compreenderam a história explorada, tendo sido a dramatização desta, assim como a articulação de saberes, fatores decisivos para a construção ativa de novos conhecimentos (cf. Figura 13). Importa mencionar que as crianças que não compreenderam tão bem a história num momento inicial, posteriormente, através da contínua exploração desta ao longo das sessões, conseguiram compreender a história explorada.

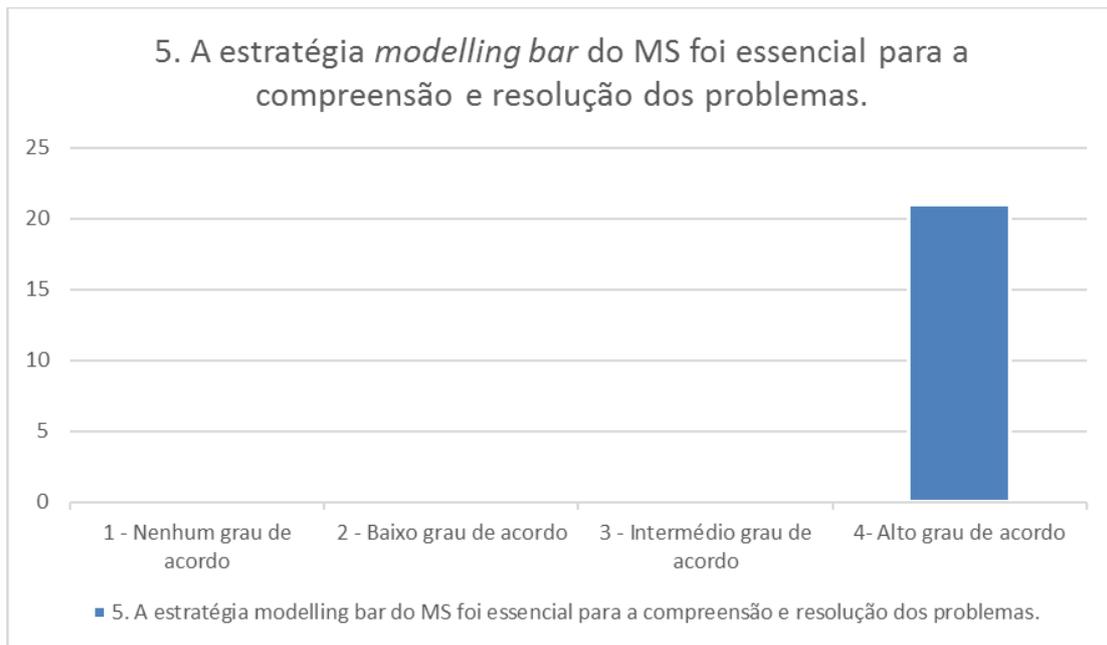
Figura 13. Gráfico de análise à afirmação - A dramatização da história “A ovelha que fazia múuu”, por parte da autora foi muito importante para o meu envolvimento, interesse e motivação na missão



⁵ <https://www.calameo.com/read/00630993162a022287a9a>

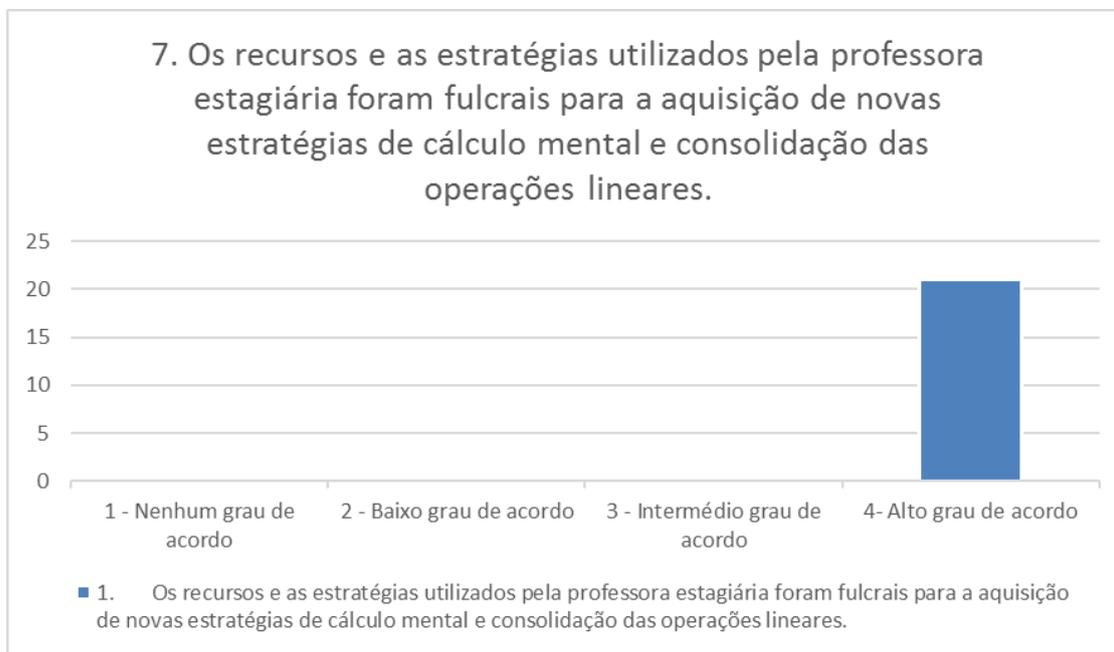
No que diz respeito à segunda parte do questionário sobre a Resolução de problemas através da estratégia *modelling bar* do MS, foi possível compreender que a maioria dos alunos demonstrou um elevado grau de acordo com as afirmações apresentadas (cf. Figura 14), podendo assim concluir-se que o uso da estratégia *modelling bar* do MS foi crucial para a compreensão e resolução dos problemas e, ainda que os recursos, as estratégias, a dinâmica em sala de aula e a relação estabelecida entre os intervenientes no processo de ensino e aprendizagem foram peças chave para os resultados obtidos.

Figura 14. Gráfico de análise à afirmação - A estratégia *modelling bar* do MS foi essencial para a compreensão e resolução dos problemas



Comprova-se também, através da análise dos inquéritos por questionário aos alunos, o que a mestrandia visualizou ao longo das aulas lecionadas, através da observação. Isto é, que a resolução de problemas contextualizados, utilizando a estratégia *modelling bar* do MS, permitiu uma melhor compreensão destes, bem como através dos recursos e estratégias utilizadas as crianças desenvolveram novas estratégias de cálculo mental e consolidaram as operações lineares (cf. Figura 15).

Figura 15. Gráfico de análise à afirmação - Os recursos e as estratégias utilizados pela professora estagiária foram fulcrais para a aquisição de novas estratégias de cálculo mental e consolidação das operações lineares



A entrevista à professora cooperante permitiu também ampliar a informação já obtida, focando-se nos pontos de interesse da mestrandia. Nesta perspetiva, na entrevista foram formuladas questões de carácter aberto, como forma a permitir uma verbalização, por parte da professora cooperante, dos seus pensamentos, experiências e reflexões acerca da investigação (Biasoli-Alves, 1998).

Deste modo, através da entrevista à professora cooperante, concluiu-se que as sete sessões de trabalho despertaram o interesse das crianças, tanto pela dramatização da história por parte da autora, que promoveu uma aprendizagem cultural e holística das crianças, tendo a mensagem da história tido um impacto positivo nas crianças, como pelo uso da estratégia *modelling bar* que foi uma mais-valia para a resolução de problemas, o que se verificou nos excelentes resultados obtidos. Aliado a isto, a professora cooperante referiu ainda que “a dramatização da história correu muito bem, tal como o uso de diferentes estratégias, do labirinto, do *clever day*, do *modelling bar*. Todo o percurso que fizeste com a história foi fantástico e muito significativo.”. Acrescentou que só tem pontos fortes a apontar às situações formativas, sendo estes: “A forma como as aulas foram dinamizadas, trabalhadas e o tempo destinado para cada tarefa. Todo o percurso foi muito bem feito, o labirinto (gamificação) resultou muito bem, pois as crianças ficavam sempre muito curiosas e despertadas para o retirar o cadeado e avançar para outros desafios”. Considerou ainda que: “Tenho a ideia de que esta estratégia do *modelling bar* fez despertar uma outra curiosidade pela resolução de problemas, pois as crianças verificaram que usando uns simples retângulos podem desenhar e encontrar soluções para os problemas”. A professora cooperante mencionou ainda que, esta nova estratégia pedagógico-didática fomentou a motivação, a participação e o envolvimento das crianças na resolução dos diversos problemas. Assim, a estratégia *modelling bar* do MS, aliada à articulação de saberes e à contextualização das aprendizagens, foram pontos fundamentais para a promoção de uma aprendizagem holística, tendo em vista o sucesso de todas às crianças como é possível verificar nestes comentários das crianças: “Quando é que vem outra vez a ovelha que fazia múuu?”; “Professora estes problemas falam da história, assim é mais divertido!”.

7. Conclusões

Nesta investigação, desenvolvida no âmbito da Matemática em Contexto, abordaram-se aspetos cruciais para promover o sucesso do processo de ensino e aprendizagem desta ciência. Através da contextualização dos

problemas, do uso de material manipulável, da utilização da estratégia *modelling bar* do MS e do desenvolvimento da comunicação e do raciocínio matemático conseguiu-se promover um maior envolvimento, motivação, interesse e empenho das crianças, tornando a aprendizagem mais profunda, holística e significativa. Pela análise e discussão dos resultados obtidos foi possível registar as algumas conclusões que a seguir se elencam, relacionadas com os objetivos traçados para a investigação. De facto, pelo uso de diferentes instrumentos de recolha de dados usados, bem como da observação naturalista, participante e ativa em todas as sessões e as reflexões constantes da equipa de investigação constatou-se uma maior curiosidade, questionamento, motivação, atenção e envolvimento das crianças no processo de aprendizagem. Com a análise dos inquéritos por questionário, foi possível ainda recolher dados sobre as três dimensões deste estudo, sendo que os 21 alunos em estudo apresentaram alto grau de acordo com as seguintes afirmações: “A estratégia *modelling bar* do MS foi essencial para a compreensão e resolução de problemas.” e “Os recursos e as estratégias utilizados pela professora estagiária foram fulcrais para a aquisição de novas estratégias de cálculo mental e consolidação das operações lineares.”.

Por outro lado, pela observação participante e pela entrevista realizada à professora cooperante concluiu-se que a resolução de problemas contextualizados pela utilização da nova estratégia pedagógico-didática, permitiu uma melhor compreensão destes, bem como o uso dos recursos e estratégias que promoveram o desenvolvimento de novas estratégias de cálculo mental na consolidação das operações lineares. Para além do referido pode-se acrescentar que a estratégia *modelling bar*, do MS, foi promotora de resultados muito positivos na resolução de problemas, assim como, na postura ativa das crianças.

No que concerne às três dimensões presentes neste estudo, humana, conceptual e pedagógico didática, apreendeu-se o seguinte: (i) as crianças revelaram atitudes positivas perante a sequência didática, de motivação, atenção, questionamento e envolvimento; (ii) a manipulação e a apropriação da estratégia *modelling bar* do MS, permitiu o desenvolvimento de capacidades de raciocínio matemático, comunicação e metacognição; (iii) a contextualização do processo de aprendizagem permitiu a construção de conhecimentos significativos por parte das crianças, numa perspetiva integral do conhecimento e partilha do mesmo, num ensino com e para todos.

Através de um ambiente estimulante de resolução de problemas, as crianças adquiriram e mobilizaram estratégias de cálculo mental, revelando melhorias na aprendizagem e novas capacidades para resolver, com êxito, diversos problemas matemáticos, humanizando mais a Matemática (Fernandes, 2020). Neste sentido, este estudo ocorreu numa perspetiva “step by step” (Fernandes, 2017), onde, tudo indica, que a Matemática esteve ao alcance de todos (Caraça, 1989).

Notas das autoras

Este trabalho é financiado por Fundos Nacionais através da FCT - Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UIDB/05198/2020 (Centro de Investigação e Inovação em Educação, inED).

Referências

- Biasoli-Alves, M. (1998). A pesquisa em Psicologia- análise de métodos e estratégias na construção de um conhecimento que se pretende científico. In *Diálogos metodológicos sobre prática de pesquisa*. Legis Summa.
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, M. (2013). *Programa e etas Curriculares Matemática – Ensino Básico*. Governo de Portugal-Ministério da Educação e Ciência.
- Boaler, J. (1993). The role of contexts in the mathematics classroom: Do they make mathematics more" real"?. *For the learning of mathematics*, 13(2), 12-17.
- Brandão, M. J. L. B. (2005). *Modelo de Polya e a resolução de problemas ambientais no 1º Ciclo: Conservação das dunas litorais* [Tese de Doutoramento]. Universidade do Minho.
- Caraça, B. J. (1989). *Conceitos fundamentais da Matemática*. (9ª ed.). Livraria Sá da Costa Editora.
- Decreto-lei n.º 54/2018 do Ministério da Educação. (2018). Diário da República, n.º 129 – 1.ª Série I. <https://dre.pt/application/conteudo/115652961>

- Dickinson, P., & Hough, S. (2012). Using realistic mathematics education in UK classrooms. *Centre for Mathematics Education, Manchester Metropolitan University, Manchester*.
https://mei.org.uk/files/pdf/rme_impact_booklet.pdf
- Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas da investigação em educação. *Noesis*, 18, 64-66.
- Fernandes, D. (1994). *Educação Matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico: Aspectos inovadores*. Porto Editora.
- Fernandes, D. (2017). Sendas de sucesso com o “método de Singapura” – Parte 1/3. *Ozarfaxinars e-revista*, (70). https://www.cfaematosinhos.eu/Ed_ozarfaxinars_n70.htm
- Fernandes, D. (2020). *Unidade Curricular de Didática da Matemática do 2.º CEB II* (apontamentos). ESE P. Porto.
- Gall, M., Borg, W., & Gall, J. (1996). *Educational research: An introduction*. Longman Publishers.
- Gómez, G., Flores, J., & Jiménez, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Editora Aljibe.
- Martins, G. D., Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J. V., Carrilo, J. L., Silva, L., & Rodrigues, S. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Ministério de Educação e Ciências.
- Meirinhos, M., & Osório, A. (2016). O estudo de caso como estratégia de investigação em educação. *EduSer-Rrevista de Educação*, 2(2). <http://dx.doi.org/10.34620/eduser.v2i2.24>
- Piaget, J. (1975). *A formação do símbolo na Criança* (2ª ed.). Zahar Editores/ MEC.
- Romanatto, M. C. (2012). Resolução de problemas nas aulas de Matemática. *Revista Eletrônica de Educação*, 6(1), 299-311.
- Singapore Math Inc. (2020). *What is Singapore Math?*. <https://www.singaporemath.com/what-is-singapore-math>
- Teixeira, R. E. C. (2015). *Ensino da Matemática: O Método de Singapura*. *Atlântico Expresso*, 17-17.
- Teixeira, R. E. C. (2016). *Ensino da Matemática: O Modelo Pentagonal do Currículo de Matemática de Singapura*. *Atlântico Expresso*, 17-17.
- Tuckman, B. (2000). *Manual de investigação em educação: como conceber e realizar o processo de investigação em educação*. Fundação Calouste Gulbenkian.
- Vale I., & Pimentel, T. (2004). Resolução de problemas. In P. Palhares (Coord.), *Elementos da Matemática para professores do Ensino Básico*. Lidel.
- Vygotsky, L. S. (1979). *Pensamento e linguagem* (Tradução: M. Resende). Antidoto.