

ANÁLISE COMPLETA DOS MOTORES TRIFÁSICOS LIGADOS EM TRIÂNGULO SOB CONDIÇÕES DE DEFEITO.

Resumo

Este trabalho apresenta uma análise detalhada do comportamento de motores trifásicos com enrolamentos em configuração triângulo (Δ) sob diferentes condições de defeito. São estudados dois cenários específicos: a saída de serviço de um enrolamento do motor e a abertura de uma das linhas de alimentação (perda da fase B). Desenvolvemos o estudo comparando o regime equilibrado normal com os regimes desequilibrados resultantes de cada tipo de defeito. Todas as correntes e tensões são derivadas rigorosamente com demonstrações passo-a-passo, complementadas por diagramas fasoriais explicativos. São incluídos exemplos numéricos e uma análise comparativa dos diferentes regimes de funcionamento, destacando as implicações práticas de cada defeito no desempenho do motor, incluindo efeitos térmicos, mecânicos e a redistribuição das correntes no sistema. Este estudo é essencial para a compreensão dos efeitos dos desequilíbrios em motores trifásicos, possibilitando o correto dimensionamento de sistemas de proteção e diagnóstico de defeitos em instalações industriais.

1. Introdução

Os sistemas trifásicos são a base da distribuição e utilização de energia elétrica em aplicações industriais. A configuração em triângulo (Δ) é particularmente relevante para o acionamento de motores de indução, oferecendo vantagens específicas em determinadas condições operacionais.

Neste estudo, analisamos o comportamento de um motor trifásico em configuração triângulo quando sujeito a diferentes condições de defeito:

- Saída de serviço de um dos enrolamentos do motor;
- Perda de uma das fases de alimentação (abertura da linha B).

Este tipo de análise é essencial para:

- Projeto de sistemas de proteção adequados;
- Compreensão dos efeitos dos desequilíbrios no desempenho do motor;
- Diagnóstico de defeitos em sistemas industriais;
- Previsão dos efeitos térmicos e mecânicos resultantes de operação em condições anormais.

2 Fundamentos Teóricos

2.1 Configuração Triângulo em Regime Equilibrado

Definição 2.1: Configuração Triângulo

Na ligação triângulo, os enrolamentos do motor são conectados em série, formando um laço fechado, com as linhas de alimentação conectadas nos vértices deste triângulo.

As tensões de fase coincidem com as tensões de linha.

2.2 Relações Fundamentais

Para um sistema trifásico equilibrado, valem as seguintes relações:

Tensões de linha: $\underline{V}_{AB}, \underline{V}_{BC}, \underline{V}_{CA}$

Correntes de fase: $\underline{I}_{AB}, \underline{I}_{BC}, \underline{I}_{CA}$

Correntes de linha: $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$

Teorema 2.1: Relação entre Correntes de Linha e Fase

Em um sistema equilibrado em triângulo, as correntes de linha têm um desfasamento de 30° em relação às correntes de fase e possuem magnitude $\sqrt{3}$ vezes maior:

$$I_L = \sqrt{3} \times I_\phi$$

3 Regime Equilibrado (Operação Normal)

3.1 Fasores de Tensão

Considerando a sequência de fases positiva (ABC), as tensões de linha são:

$$\underline{V}_{AB} = V_{LL} \angle 0^\circ$$

$$\underline{V}_{BC} = V_{LL} \angle -120^\circ$$

$$\underline{V}_{CA} = V_{LL} \angle +120^\circ$$

3.2 Correntes de fase

Para uma impedância $Z = R + jX = |Z| \angle \theta$ por enrolamento:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{V}_{AB}}{Z} = \frac{V_{LL}}{|Z|} \angle (0^\circ - \theta)$$

$$\underline{I}_{BC} = \frac{\underline{V}_{BC}}{Z} = \frac{V_{LL}}{|Z|} \angle (-120^\circ - \theta)$$

$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{V}_{CA}}{Z} = \frac{V_{LL}}{|Z|} \angle (+120^\circ - \theta)$$

3.3 Correntes de linha

Aplicando a Lei de *Kirchhoff* nos nós:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}$$

Observação Importante

No regime equilibrado, as correntes de linha formam um sistema trifásico equilibrado com magnitude $\sqrt{3}$ vezes maior que as correntes de fase e apresentam um desfasamento de 30° em relação às correntes de fase correspondentes.

3.4 Diagrama fasorial em regime equilibrado

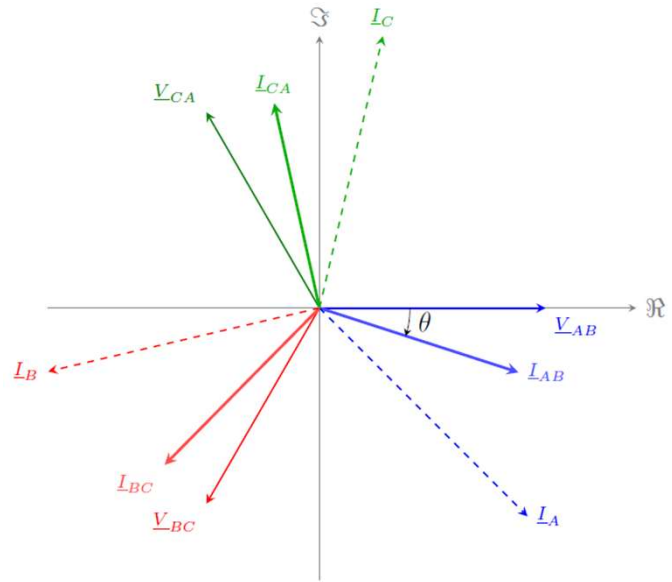


Figura 1: Diagrama fasorial completo mostrando tensões compostas (sólidas), correntes nos enrolamentos (sólidas espessas) e correntes nas linhas (tracejadas).

As correntes nos enrolamentos estão atrasadas um ângulo θ em relação às tensões compostas devido à natureza indutiva da carga. As correntes nas linhas formam um sistema trifásico equilibrado com desfasamento de 120° entre si.

4 Saída de Serviço de um Enrolamento do Motor

4.1 Configuração do Sistema após o Defeito

Quando um dos enrolamentos sai de serviço (por exemplo, o enrolamento entre as fases B e C é aberto), o circuito fica modificado como na figura 2.

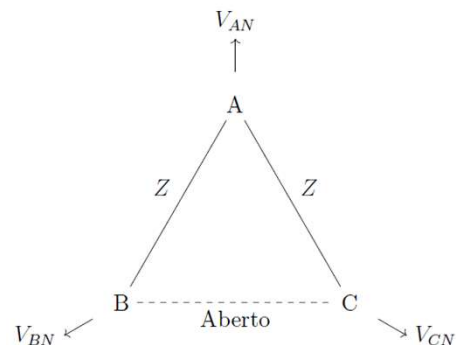


Figura 2: Triângulo com enrolamento BC aberto

Como o enrolamento BC está aberto, a corrente $I_{BC} = 0$. As correntes nos enrolamentos restantes são:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z} = \frac{V_L \angle 0^\circ}{Z}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z} = \frac{V_L \angle +120^\circ}{Z}$$

4.2 Correntes de Linha

As correntes de linha são determinadas pelas diferenças das correntes nos enrolamentos conectados a cada fase:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = -I_{AB}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = I_{CA}$$

4.3 Cálculo da Corrente na Linha A

Calculando I_A :

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}$$

$$= \frac{V_L}{Z} (e^{j0^\circ} - e^{j120^\circ})$$

$$= \frac{V_L}{Z} \left(1 - \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right)$$

$$= \frac{V_L}{Z} \left(1 + \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= \frac{V_L}{Z} \left(\frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

O módulo de I_A é:

$$|I_A| = \frac{V_L}{Z} \sqrt{\left(\frac{3}{2} \right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2}$$

$$= \frac{V_L}{Z} \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} = \frac{V_L}{Z} \sqrt{3}$$

Portanto:

$$|I_A| = \frac{V_L \sqrt{3}}{Z}$$

As correntes de linha I_B e I_C são:

$$I_B = -I_{AB} = -\frac{V_L}{Z} \angle 0^\circ$$

$$I_C = I_{CA} = \frac{V_L}{Z} \angle +120^\circ$$

Os módulos de I_B e I_C são iguais:

$$|I_B| = |I_C| = \frac{V_L}{Z}$$

4.4 Representação Vetorial das Correntes nas Linhas e nas Fases

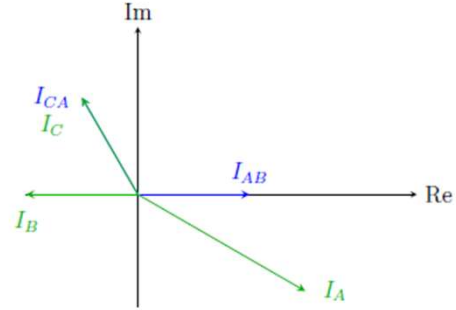


Figura 3: Diagrama fasorial das correntes nas linhas e nas fases com enrolamento BC aberto

4.5 Notas sobre o Diagrama

- Definição das componentes x e y das correntes de fase:

• Para I_{AB} :

$$I_{ABx} = |I_{AB}| \cos(0^\circ) = 1$$

$$I_{ABy} = |I_{AB}| \sin(0^\circ) = 0$$

• Para I_{CA} :

$$I_{CAx} = |I_{CA}| \cos(120^\circ) = -0.5$$

$$I_{CAy} = |I_{CA}| \sin(120^\circ) = 0.866$$

- Cálculo das componentes de I_A :

$$I_{Ax} = I_{ABx} - I_{CAx} = 1 - (-0.5) = 1 + 0.5 = 1.5$$

$$I_{Ay} = I_{ABy} - I_{CAy} = 0 - 0.866 = -0.866$$

- Verificação do módulo de I_A :

$$|I_A| = \sqrt{(I_{Ax})^2 + (I_{Ay})^2} = \sqrt{(1.5)^2 + (-0.866)^2}$$

$$= \sqrt{2.25 + 0.75} = \sqrt{3} \approx 1.732$$

5 Perda da Linha B (Regime Desequilibrado)

5.1 Configuração do Sistema após o Defeito

Com a abertura da linha B, o sistema deixa de ser equilibrado.

A topologia resultante pode ser analisada como:

- Os pontos A e C permanecem conectados à fonte
- O ponto B fica desconectado
- A impedância entre A e C torna-se a associação paralela de Z (ramo CA) com a série de Z+Z (ramos AB e BC)

5.2 Impedância equivalente entre A e C

Calculamos a impedância equivalente considerando:

- Um caminho direto: $Z_{CA} = Z$
- Um caminho através dos dois enrolamentos: $Z_{AB} + Z_{BC} = 2Z$

A impedância equivalente é a associação paralela:

$$Z_{eq} = \frac{Z \times 2Z}{Z + 2Z} = \frac{2Z^2}{3Z} = \frac{2}{3}Z$$

5.3 Tensão Aplicada

A tensão entre os pontos A e C é a tensão de linha do sistema:

$$\underline{V}_{AC} = -\underline{V}_{CA} = V_{LL} \angle -60^\circ$$

5.4 Correntes de fase

$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{V}_{AC}}{Z} = \frac{V_{LL}}{|Z|} \angle (-60^\circ - \theta)$$

$$\underline{I}_{AB} = \underline{I}_{BC} = \frac{\underline{V}_{AC}}{2Z} = \frac{V_{LL}}{2|Z|} \angle (-60^\circ - \theta)$$

5.5 Correntes de linha

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} + \underline{I}_{CA} = \frac{V_{LL}}{2|Z|} \angle (-60^\circ - \theta) + \frac{V_{LL}}{|Z|} \angle (-60^\circ - \theta)$$

$$= \frac{3V_{LL}}{2|Z|} \angle (-60^\circ - \theta)$$

$$\underline{I}_B = 0 \quad (\text{linha aberta})$$

$$\underline{I}_C = -\underline{I}_A \quad (\text{conservação de corrente})$$

Análise Física da Situação

A abertura da linha B causa uma redistribuição das correntes:

- A corrente na fase CA aumenta em relação ao regime equilibrado
- As fases AB e BC passam a partilhar a mesma corrente, com magnitude reduzida
- A linha B fica sem corrente (condição de aberto)
- As linhas A e C passam a conduzir correntes iguais em magnitude mas opostas em fase

5.6 Diagrama fasorial pós-defeito

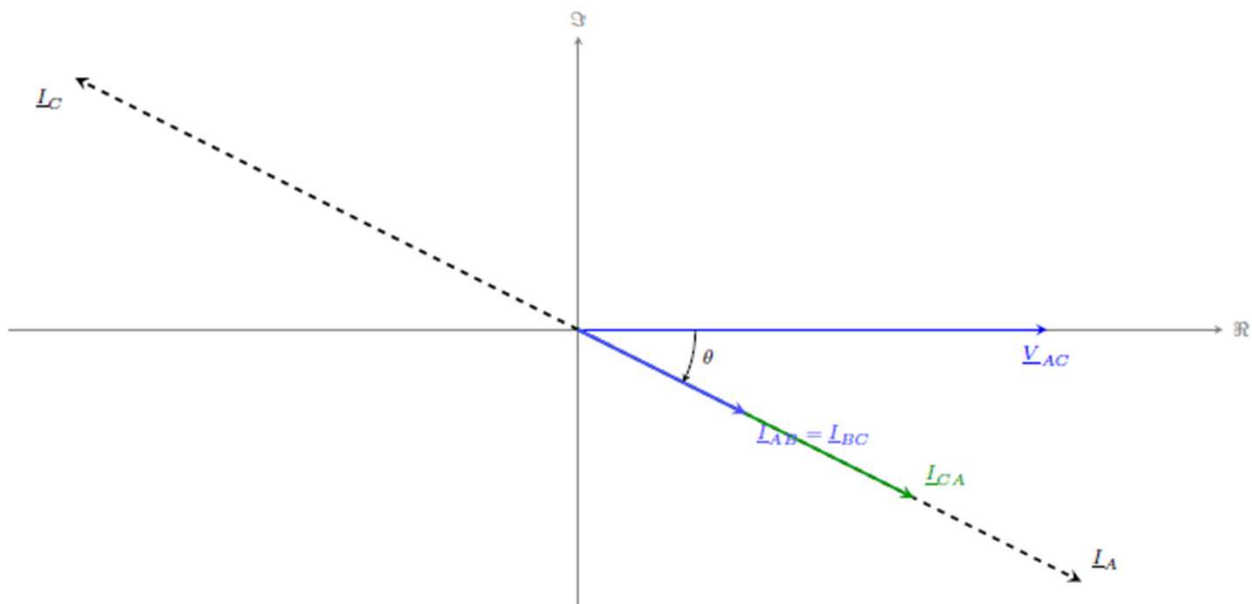


Figura 4: Diagrama fasorial após abertura da linha B, mostrando o desfasamento θ entre \underline{V}_{AC} e \underline{I}_A .

6 Exemplo Numérico

Considere um sistema com os seguintes parâmetros:

- Tensão linha-linha: $V_{LL} = 400 \text{ V}$
- Impedância por fase: $Z = 10 + j5 \Omega$ ($|Z| = 11.18 \Omega$, $\theta = 26.57^\circ$)

6.1 Regime Equilibrado

$$|I_\phi| = \frac{V_{LL}}{|Z|} = \frac{400}{11.18} = 35.8 \text{ A}$$

$$|I_L| = \sqrt{3} \times 35.8 = 62.0 \text{ A}$$

6.2 Regime com Enrolamento BC Aberto

$$|I_{AB}| = |I_{CA}| = \frac{V_{LL}}{|Z|} = \frac{400}{11.18} = 35.8 \text{ A}$$

$$|I_{BC}| = 0 \text{ A (enrolamento aberto)}$$

$$|I_A| = |I_{AB} - I_{CA}| = \frac{V_{LL}\sqrt{3}}{|Z|} = \frac{400 \times 1.732}{11.18} = 62.0 \text{ A}$$

$$|I_B| = |I_C| = \frac{V_{LL}}{|Z|} = 35.8 \text{ A}$$

6.3 Regime com Linha B Aberta

$$|I_{CA}| = \frac{400}{11.18} = 35.8 \text{ A}$$

$$|I_{AB}| = |I_{BC}| = \frac{400}{2 \times 11.18} = 17.9 \text{ A}$$

$$|I_A| = |I_C| = \frac{3}{2} \times \frac{400}{11.18} = 53.7 \text{ A}$$

$$|I_B| = 0 \text{ A}$$

Comparação dos Regimes

Comparando os três regimes:

- No regime equilibrado normal: correntes de linha equilibradas de 62,0 A e correntes de fase de 35,8 A
- Com enrolamento BC aberto: a corrente na linha A permanece 62,0 A, enquanto as correntes nas linhas B e C reduzem para 35,8 A
- Com linha B aberta: as correntes nas linhas A e C reduzem para 53,7 A (13,4 % de redução em relação ao normal), e a linha B fica sem corrente

7 Análise Comparativa

7.1 Relação entre Correntes nos Diferentes Regimes de Defeito

Podemos estabelecer relações matemáticas entre as correntes nos diferentes regimes:

7.1.1 Regime com Enrolamento BC Aberto

Definindo a corrente de linha original (equilibrada) como:

$$|L_{L0}| = \sqrt{3} \frac{V_{LL}}{|Z|}$$

Após a saída de serviço do enrolamento BC:

$$|L_A| = |L_{L0}| = \sqrt{3} \frac{V_{LL}}{|Z|}$$

$$|L_B| = |L_C| = \frac{V_{LL}}{|Z|} = \frac{|L_{L0}|}{\sqrt{3}}$$

7.1.2 Regime com Linha B Aberta

Após a abertura da linha B:

$$|L_A| = |L_C| = \frac{3}{2} \frac{V_{LL}}{|Z|} = \frac{3}{2\sqrt{3}} |L_{L0}| = \frac{\sqrt{3}}{2} |L_{L0}| \approx 0.866 |L_{L0}|$$

$$|L_B| = 0$$

7.2 Consequências Operacionais

Efeitos no Motor

- Enrolamento BC aberto:
 - Corrente desequilibrada nas linhas
 - Possível sobrecorrente na linha A
 - Aquecimento desigual nos enrolamentos restantes
 - Aumento das vibrações devido ao desequilíbrio
- Linha B aberta:
 - Redução do binário para aproximadamente 75 % do valor original
 - Operação em regime monofásico entre as fases A e C
 - Aumento das perdas por efeito Joule
 - Surgimento de componentes de sequência negativa

6 Exemplo Numérico

Considere um sistema com os seguintes parâmetros:

- Tensão linha-linha: $V_{LL} = 400 \text{ V}$
- Impedância por fase: $Z = 10 + j5 \Omega$ ($|Z| = 11.18 \Omega$, $\theta = 26.57^\circ$)

6.1 Regime Equilibrado

$$|I_\phi| = \frac{V_{LL}}{|Z|} = \frac{400}{11.18} = 35.8 \text{ A}$$

$$|I_L| = \sqrt{3} \times 35.8 = 62.0 \text{ A}$$

6.2 Regime com Enrolamento BC Aberto

$$|I_{AB}| = |I_{CA}| = \frac{V_{LL}}{|Z|} = \frac{400}{11.18} = 35.8 \text{ A}$$

$$|I_{BC}| = 0 \text{ A (enrolamento aberto)}$$

$$|I_A| = |I_{AB} - I_{CA}| = \frac{V_{LL}\sqrt{3}}{|Z|} = \frac{400 \times 1.732}{11.18} = 62.0 \text{ A}$$

$$|I_B| = |I_C| = \frac{V_{LL}}{|Z|} = 35.8 \text{ A}$$

6.3 Regime com Linha B Aberta

$$|I_{CA}| = \frac{400}{11.18} = 35.8 \text{ A}$$

$$|I_{AB}| = |I_{BC}| = \frac{400}{2 \times 11.18} = 17.9 \text{ A}$$

$$|I_A| = |I_C| = \frac{3}{2} \times \frac{400}{11.18} = 53.7 \text{ A}$$

$$|I_B| = 0 \text{ A}$$

Comparação dos Regimes

Comparando os três regimes:

- No regime equilibrado normal: correntes de linha equilibradas de 62,0 A e correntes de fase de 35,8 A
- Com enrolamento BC aberto: a corrente na linha A permanece 62,0 A, enquanto as correntes nas linhas B e C reduzem para 35,8 A
- Com linha B aberta: as correntes nas linhas A e C reduzem para 53,7 A (13,4 % de redução em relação ao normal), e a linha B fica sem corrente

7 Análise Comparativa

7.1 Relação entre Correntes nos Diferentes Regimes de Defeito

Podemos estabelecer relações matemáticas entre as correntes nos diferentes regimes:

7.1.1 Regime com Enrolamento BC Aberto

Definindo a corrente de linha original (equilibrada) como:

$$|I_{L0}| = \sqrt{3} \frac{V_{LL}}{|Z|}$$

Após a saída de serviço do enrolamento BC:

$$|I_A| = |I_{L0}| = \sqrt{3} \frac{V_{LL}}{|Z|}$$

$$|I_B| = |I_C| = \frac{V_{LL}}{|Z|} = \frac{|I_{L0}|}{\sqrt{3}}$$

7.1.2 Regime com Linha B Aberta

Após a abertura da linha B:

$$|I_A| = |I_C| = \frac{3}{2} \frac{V_{LL}}{|Z|} = \frac{3}{2\sqrt{3}} |I_{L0}| = \frac{\sqrt{3}}{2} |I_{L0}| \approx 0.866 |I_{L0}|$$

$$|I_B| = 0$$

7.2 Consequências Operacionais

Efeitos no Motor

- Enrolamento BC aberto:
 - Corrente desequilibrada nas linhas
 - Possível sobrecorrente na linha A
 - Aquecimento desigual nos enrolamentos restantes
 - Aumento das vibrações devido ao desequilíbrio
- Linha B aberta:
 - Redução do binário para aproximadamente 75 % do valor original
 - Operação em regime monofásico entre as fases A e C
 - Aumento das perdas por efeito Joule
 - Surgimento de componentes de sequência negativa

Apêndice A: Demonstrações Matemáticas Detalhadas

A.1. Cálculo da Corrente na Linha A com Enrolamento BC Aberto

A corrente I_A é calculada como:

$$\begin{aligned} I_A &= I_{AB} - I_{CA} \\ &= \frac{V_L}{Z} e^{j0^\circ} - \frac{V_L}{Z} e^{j120^\circ} \\ &= \frac{V_L}{Z} \left(1 - \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right) \\ &= \frac{V_L}{Z} \left(\frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \end{aligned}$$

O módulo de I_A é:

$$\begin{aligned} |I_A| &= \frac{V_L}{Z} \sqrt{\left(\frac{3}{2} \right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} \\ &= \frac{V_L}{Z} \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} \\ &= \frac{V_L}{Z} \sqrt{3} \end{aligned}$$

A.2. Cálculo da Impedância Equivalente com Linha B Aberta

A impedância equivalente entre os pontos A e C após a abertura da linha B é derivada como:

$$\begin{aligned} Z_{eq} &= \left(\frac{1}{Z} + \frac{1}{Z+Z} \right)^{-1} \\ &= \left(\frac{1}{Z} + \frac{1}{2Z} \right)^{-1} \\ &= \left(\frac{2+1}{2Z} \right)^{-1} \\ &= \frac{2Z}{3} = \frac{2}{3}Z \end{aligned}$$

8 Conclusões

Este estudo detalhado dos motores trifásicos em triângulo sob diferentes condições de defeito permitiu estabelecer as seguintes conclusões:

- **Operação Normal:** Em regime equilibrado, as correntes de linha são $\sqrt{3}$ vezes maiores que as correntes de fase e apresentam um desfasamento de 30° , com todas as fases contribuindo igualmente para a produção de binário.
- **Enrolamento BC Aberto:**
 - A corrente na linha A mantém-se no mesmo valor do regime equilibrado ($\sqrt{3}$ vezes a corrente de fase)
 - As correntes nas linhas B e C reduzem para um valor igual à corrente de fase
 - O desequilíbrio nas correntes pode causar aquecimento desigual e aumento de vibrações
- **Linha B Aberta:**
 - A operação transforma-se num regime monofásico, com correntes iguais em magnitude e opostas em fase nas linhas A e C
 - A magnitude das correntes nas linhas ativas reduz para 86,6 % do valor original
 - Há uma redução significativa do binário disponível (cerca de 75 % do valor original)
 - Surgem componentes de sequência negativa que causam aquecimento adicional
- **Implicações Práticas:**
 - É essencial implementar proteções contra operação em condição de defeito
 - A monitorização das correntes de linha pode ser usada como método de diagnóstico
 - O tempo de permanência sob condições de defeito deve ser limitado para prevenir danos térmicos e mecânicos.

Recomendação Importante

É recomendável que, ao detetar defeitos como os analisados neste estudo, o motor seja desligado o mais rápido possível para evitar danos permanentes, especialmente em aplicações de alta potência onde os efeitos térmicos e mecânicos podem ser mais severos.

Referências

- [1] Austin Hughes and Bill Drury, *Electric Motors and Drives: Fundamentals, Types and Applications*, 5th ed., Elsevier, 2019.
- [2] A. E. Fitzgerald, Charles Kingsley Jr., Stephen D. Umans, *Electric Machinery*, 7th ed., McGraw-Hill Education, 2013.
- [3] P. C. Krause, O. Wasynczuk, S. D. Sudhoff, *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, 3rd ed., Wiley-IEEE Press, 2013.
- [4] A. S. Langsdorf, *Theory of Alternating Current Machinery*, 2nd ed., McGraw-Hill, 1955.
- [5] S. A. Nasar and M. E. Unnewehr, *Electric Machines and Transformers*, 3rd ed., Macmillan, 1991.
- [6] Stephen J. Chapman, *Electric Machinery Fundamentals*, 5th ed., McGraw-Hill, 2012.
- [7] P. C. Sen, *Principles of Electric Machines and Power Electronics*, 3rd ed., Wiley, 2013.
- [8] Stevenson Jr., W. D., *Elementos de Teoria de Circuitos*, McGraw-Hill, 1982.

CURIOSIDADE