

Forças Eletromagnéticas de Curtos-Circuitos em Circuitos Trifásicos Simétricos

Resumo

Este trabalho descreve uma metodologia de cálculo que pretende apresentar um aperfeiçoamento na obtenção das forças eletromagnéticas entre condutores de um sistema trifásico simétrico, nas situações mais desfavoráveis de curto-circuito, nomeadamente no período subtransitário e na ocorrência da corrente de choque de curto-circuito num dos condutores. Analisa as configurações geométricas mais comuns dos condutores, em esteira ou triângulo. Os programas de cálculo automático foram desenvolvidos com MATLAB que tornou possível a obtenção de resultados de elevada precisão, numa incursão na dualidade espaço-tempo do campo forças. Os resultados permitem abrir uma reflexão no estabelecido e universalmente aceite sobre as máximas forças de curto-circuito.

Palavras-chave

Forças eletromagnéticas, curtos-circuitos, circuitos trifásicos e máxima corrente de defeito, força máxima de C.C., fator de correção, redução de custos.

1. Introdução

A corrente de curto-circuito trifásico simétrico - análise por fase - nos instantes iniciais é obtida a partir do conhecimento da potência de curto-circuito trifásica ou da impedância equivalente do circuito trifásico no ponto de curto-circuito.

$$Z_{eq}'' = \sqrt{R^2 + X''^2}$$

R e X'' são a resistência equivalente e a reactância equivalente subtransitória no ponto de curto-circuito.

A reactância equivalente subtransitória, no ponto de defeito, inclui as reactâncias das fontes para os instantes iniciais do curto-circuito.

A tensão numa fase, no instante inicial,

$$v = \sqrt{2} V \cos(\omega t + \phi)$$

origina uma corrente instantânea,

$$i = \frac{v(t)}{Z_{eq}''} + i_{contínua}$$

i = corrente alternada (simétrica) + componente contínua

$$i = \frac{\sqrt{2} V}{\sqrt{R^2 + X''^2}} \left(\cos(\omega t + \phi - \beta) - \cos(\phi - \beta) e^{-\frac{\omega R}{X''} t} \right)$$

$\beta = \arctg \frac{X''}{R}$ é o argumento da impedância equivalente

$$I_{cc3}'' = \frac{V}{\sqrt{R^2 + X''^2}} \quad (1)$$

é o valor eficaz da componente alternada (simétrica) da corrente de curto-circuito trifásico subtransitário

O valor máximo da componente contínua é:

$$I_{cont\ max} = \frac{\sqrt{2} V}{\sqrt{R^2 + X''^2}} \cos(\phi - \beta)$$

No instante inicial $t = 0$ s, a componente contínua tem o sinal contrário da componente alternada, a corrente instantânea i é igual a zero.

**A. Valor instantâneo máximo da corrente - I_p''
ou corrente de choque - I_{ch}**

A situação mais desfavorável ocorre quando a fase da tensão é igual ao argumento da impedância de curto-circuito, no instante inicial.

Para $t = 0$ s se $\phi = \beta$ ou $\beta + \pi$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2} V \cos(\beta \text{ ou } \dots) \text{ e } i = 0$$

A sobreposição da componente alternada simétrica com a componente contínua é máxima⁽¹⁾ (Fig.1) para $t = \frac{T}{2} = 0,010 \text{ s}$

$$\cos(\omega t + \phi - \beta) = \mp 1 \quad e \quad \cos(\phi - \beta) = \pm 1$$

e obtemos a corrente de choque,

$$I_{ch} = \frac{\sqrt{2}V}{Z''_{eq}} \left(1 + e^{-\frac{\omega R T}{X''^2}} \right) = \frac{\sqrt{2}V}{Z''_{eq}} \left(1 + e^{-\frac{1}{ta} \frac{T}{2}} \right) = \chi \sqrt{2} I''_{cc3} \quad (2)$$

Sendo χ o fator de correção que incorpora a componente contínua

$$\chi = \left(1 + e^{-\frac{1}{ta} \frac{T}{2}} \right) \quad (3)$$

ta é o tempo de amortecimento do sistema ou dos componentes elétricos (decréscimo de cerca de 63% da componente contínua).

$$ta = \frac{L}{R} = \frac{X''}{\omega R} \quad (4)$$

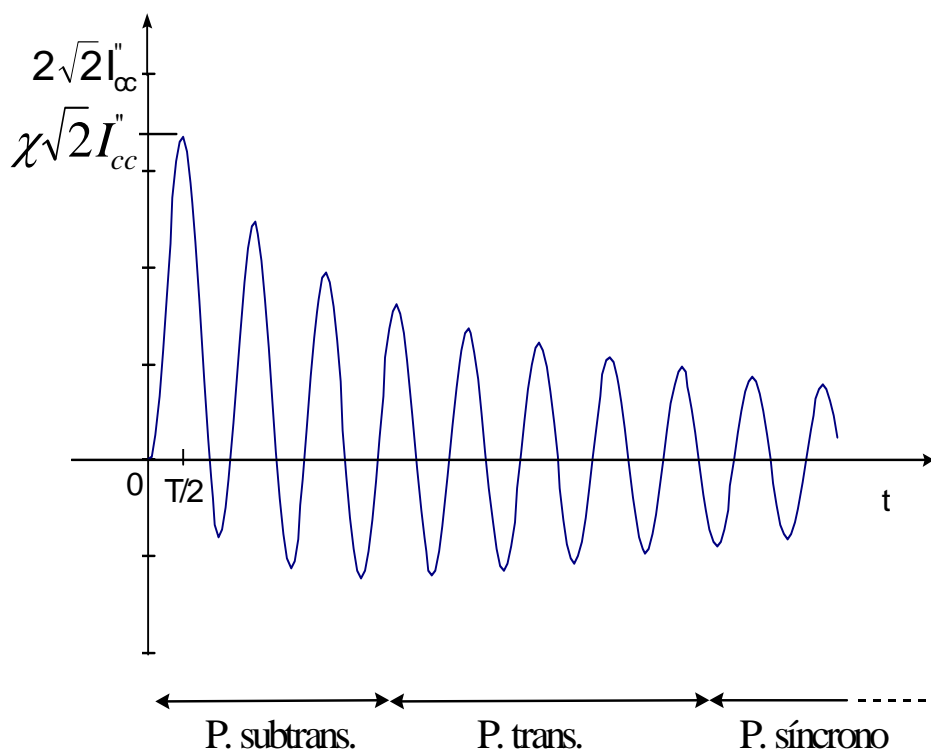


Figura 1 - Corrente instantânea de curto-circuito

⁽¹⁾ Na realidade, para baixos tempos de atenuação, a sobreposição máxima da corrente alternada com a componente contínua, chamada de corrente de choque, ocorre para tempos inferiores a meio ciclo, por exemplo, se $ta = 0,01 \text{ s}$, $\chi = 1,375$, no instante $t = 0,0096 \text{ s}$. Para simplificação de cálculos e de programação, a aproximação da ocorrência da corrente de choque ao meio ciclo ($T/2$) introduz, no máximo, um erro de aproximação por defeito de 0,51%.

Na figura 2 é apresentado o fator que inclui a contribuição da componente contínua (3) na corrente de choque, em função do tempo de amortecimento do circuito ou tempo de atenuação da respetiva componente contínua (4).

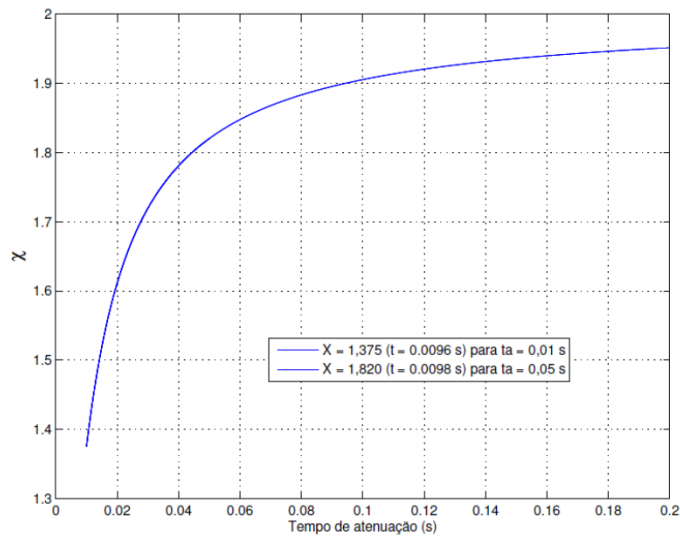


Figura 2 - Contribuição da componente contínua

Esta situação não ocorre simultaneamente nas três fases (nas outras fases a situação não é tão crítica) .

NOTA 1.

Nas simulações e cálculos seguintes das forças eletromagnéticas atribuiu-se a χ o valor aproximado de 1,82, para o cálculo da corrente de choque, que corresponde a um tempo de amortecimento de 2,5 ciclos ($t_a = 0,050$ s).

B. Fator de correção da força Eletromagnética

A força instantânea entre dois condutores (no exemplo fases a e b de um sistema trifásico) de comprimento L(m) e separados pela distância d(m), é dada pela expressão,

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} i_a i_b \frac{L}{d} (N) \quad \text{e } \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ (H/m)}$$

Na situação de um deles ser percorrido pela corrente de choque (corrente máxima instantânea de curto-circuito) vai ocorrer num determinado instante a força máxima eletromagnética. A força em função do tempo é :

$$F = C (\sqrt{2} I_{cc3})^2 \left(\cos(\omega t) - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \left(\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

onde :

$$C = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{L}{d} \tag{5}$$

Dividindo a força F por $C I_{ch}^2 = C (\chi \sqrt{2} I_{cc3})^2$ obtemos o fator de correção K (6) para a expressão da força (7) em função da corrente de choque.

$$K = \left(\cos(\omega t) - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \left(\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \left(1 + e^{-\frac{1}{\tau}} \right)^{-2} \quad (6)$$

A força eletromagnética (7) vem assim expressa em função da corrente de choque (2) que percorre um dos condutores e do parâmetro geométrico do sistema trifásico (5).

$$F = K C (\chi \sqrt{2} I_{cc3})^2 \quad (7)$$

II. CURTO-CIRCUITO TRIFÁSICO SIMÉTRICO CONDUTORES EM ESTEIRA

A força máxima sobre um condutor depende da ocorrência da corrente de choque e da fase onde esta se estabelece. Tendo em conta que, pelo princípio da ação e reação, a soma vetorial das forças em qualquer instante é igual a zero, a força máxima só se verifica num determinado condutor do sistema trifásico (figura 6). Como a componente contínua é atenuada no tempo, a força máxima só se verifica num determinado instante. Considerou-se nos estudos apresentados o tempo de atenuação (4) da componente contínua $\tau = 0,050$ s ($\chi = 1,82$).

Devido à assimetria geométrica da distribuição das fases simulou-se a ocorrência da corrente de choque, tanto no condutor intermédio como num dos condutores exteriores. Verifica-se sempre o cumprimento do princípio da conservação da carga, a soma das correntes instantâneas nas três fases é igual a zero (figura 7).

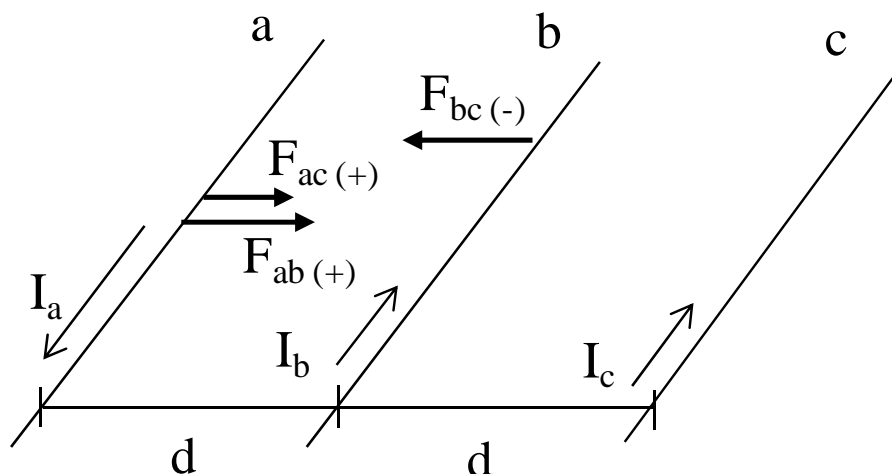


Figura 3 - Forças entre condutores em esteira

A. Corrente de choque no condutor intermédio (fase b)

A.1. Força sobre o condutor exterior (fase a)

O fator de correção da força (K) é dado pela expressão (8), soma vetorial das forças sobre o condutor a (figura 3).

$$K_a = - \left(\cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) - \cos(+\frac{2\pi}{3}) e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \left(\cos(\omega t) - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \left(1 + e^{-\frac{1}{\tau} \frac{T}{2}} \right)^{-2} - \left(\cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) - \cos(+\frac{2\pi}{3}) e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \left(\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) - \cos(-\frac{2\pi}{3}) e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \left(1 + e^{-\frac{1}{\tau} \frac{T}{2}} \right)^{-2} \times 0,5 \quad (8)$$

A força resultante é máxima no instante $t = 0,0125$ s e $K_{max} = 0,582$ (figura 4).

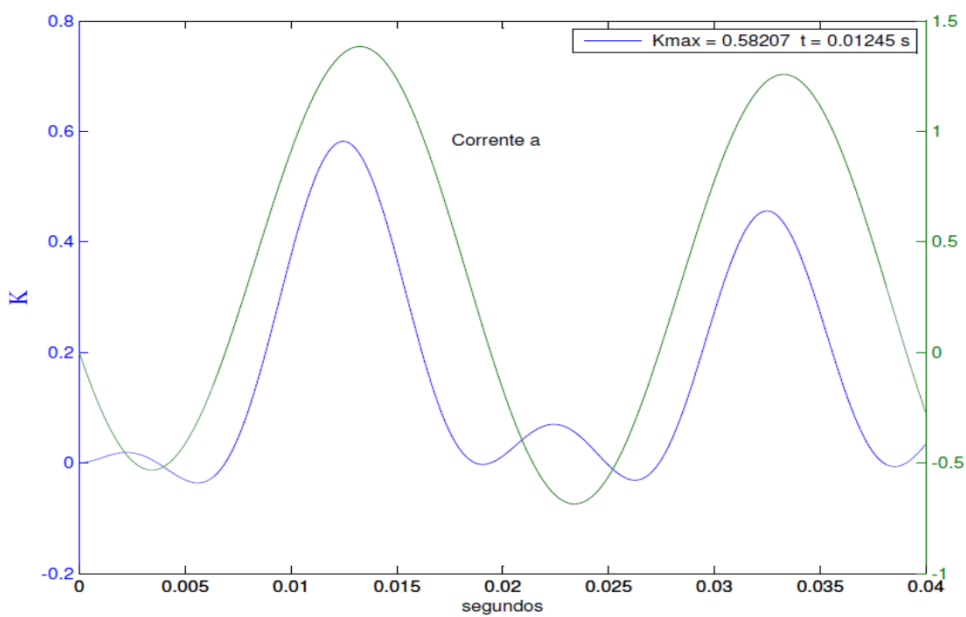


Figura 4 - Força e corrente no condutor exterior a

A.2. Força sobre o condutor intermédio (fase b)

O fator de correção da força (K) é dado pela expressão (9), soma vetorial das forças sobre o condutor b (figura 3).

$$K_b = \left(\cos(\omega t) - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \left(\cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) - \cos(+\frac{2\pi}{3}) e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \left(1 + e^{-\frac{1}{\tau} \frac{T}{2}} \right)^{-2} - \left(\cos(\omega t) - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \left(\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) - \cos(-\frac{2\pi}{3}) e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \left(1 + e^{-\frac{1}{\tau} \frac{T}{2}} \right)^{-2} \quad (9)$$

A força resultante é máxima no instante $t = 0,0067$ s e $K_{max} = 0,623$ (figura 5).

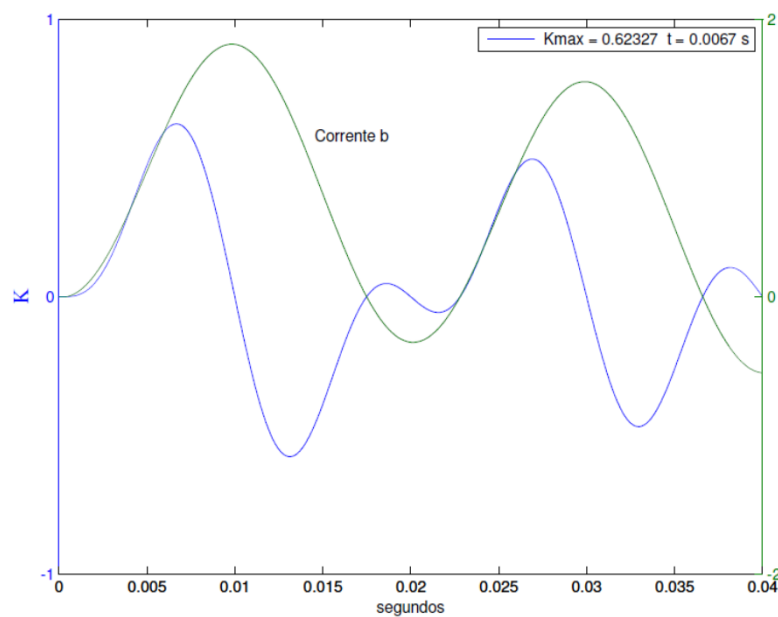


Figura 5 - Força e Corrente no condutor intermédio b

De igual modo podemos calcular a força máxima sobre o outro condutor exterior (fase c) e obtinha-se $t = 0,0073$ s e $K_{max} = 0,627$. Se a corrente de choque ocorre no condutor intermédio o fator de correção da força máxima é inferior a 0,63 (figura 6).

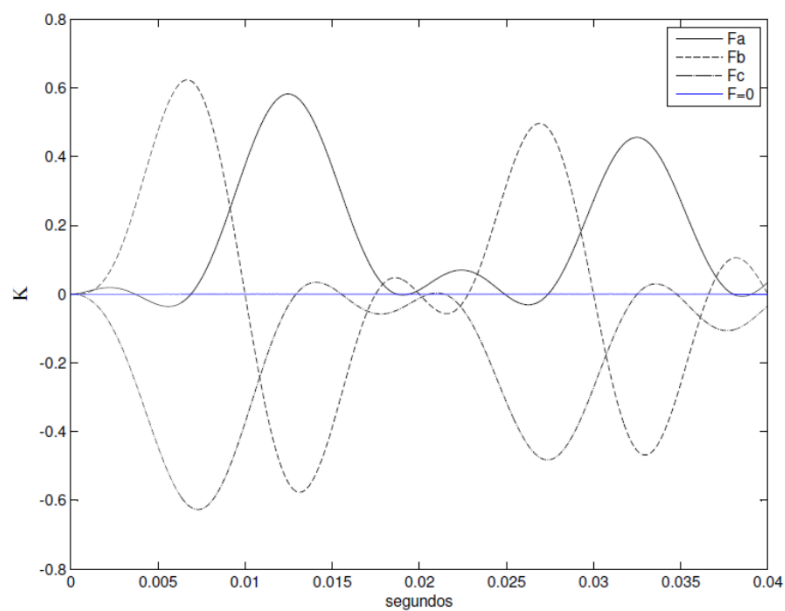


Figura 6 - Fator de correção das forças nos condutores abc

A seqüência das correntes nas fases (bca) apresentada na figura 7 é válida para qualquer seqüência do sistema trifásico simétrico (abc ou cab), e para a fase onde ocorre a corrente de choque.

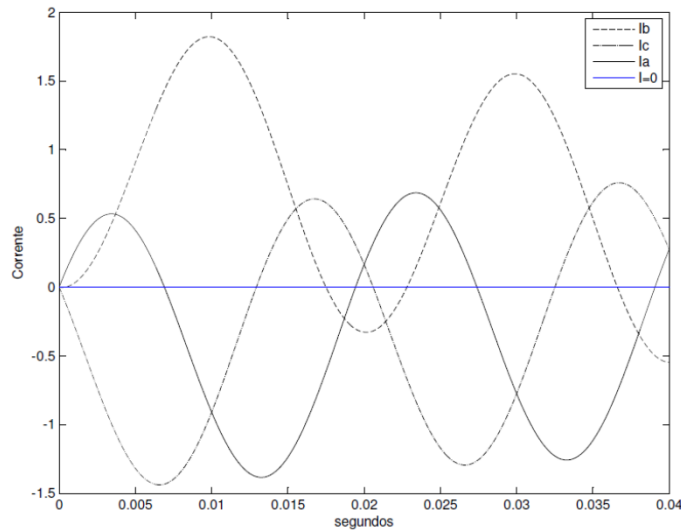


Figura 7 - Correntes de curto-circuito com $\chi = 1,82$ na fase b

B. Corrente de choque no condutor exterior (fase a)

B.1. Força sobre o condutor exterior (fase a)

O fator de correção da força (K) é dado pela expressão (10), soma vetorial das forças sobre o condutor a (figura 3).

$$K_a = -\left(\cos(\omega t) - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\left(\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\left(1 + e^{-\frac{1}{\tau^2}t}\right)^{-2} - \left(\cos(\omega t) - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\left(\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(+\frac{2\pi}{3}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\left(1 + e^{-\frac{1}{\tau^2}t}\right)^{-2} \cdot 0,5 \tag{10}$$

A força resultante é máxima no instante $t = 0,0090$ s e $K_{max} = 0,796$ (figura 8).

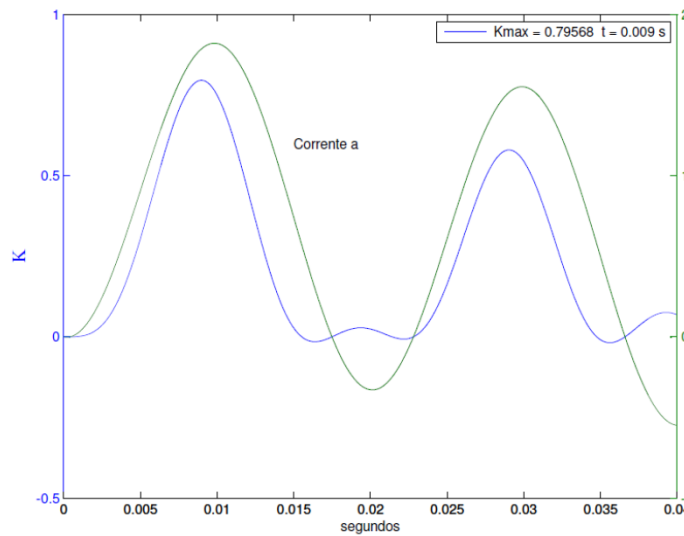


Figura 8 - Força e Corrente no condutor exterior a

B.2. Força sobre o condutor intermédio (fase b)

O fator de correção da força (K) é dado pela expressão (11), soma vetorial das forças sobre o condutor b (Fig.3).

$$K_b = \left(\cos(\omega t) - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \left(\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) - \cos(-\frac{2\pi}{3}) e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \left(1 + e^{-\frac{1}{\tau} \frac{t}{2}} \right)^{-2} - \left(\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) - \cos(-\frac{2\pi}{3}) e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \left(\cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) - \cos(+\frac{2\pi}{3}) e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \left(1 + e^{-\frac{1}{\tau} \frac{t}{2}} \right)^{-2} \quad (11)$$

A força resultante é máxima no instante $t = 0,0088$ s e $K_{\max} = 0,849$ (figura 9).

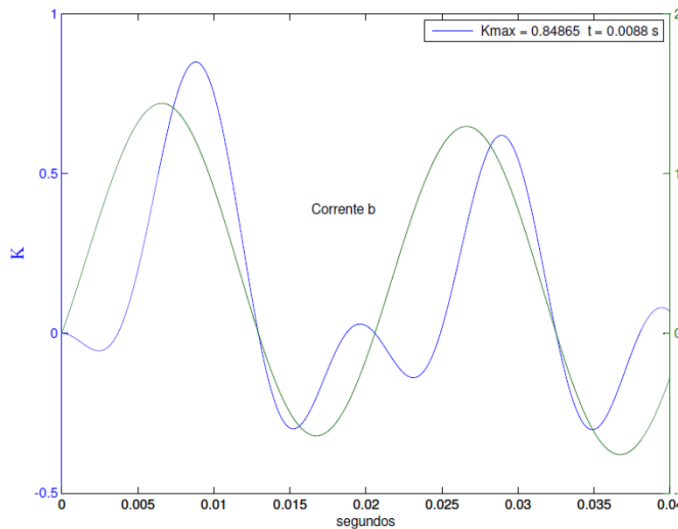


Figura 9 - Força e Corrente no condutor intermédio b

NOTA 2.

Nos gráficos de Força e Corrente, alguns sinais foram trocados por comodidade da apresentação.

O sistema de forças sobre os condutores em esteira está representado na figura 10, verificando-se que a força máxima ocorre no condutor intermédio, quando o condutor exterior é percorrido pela corrente de choque.

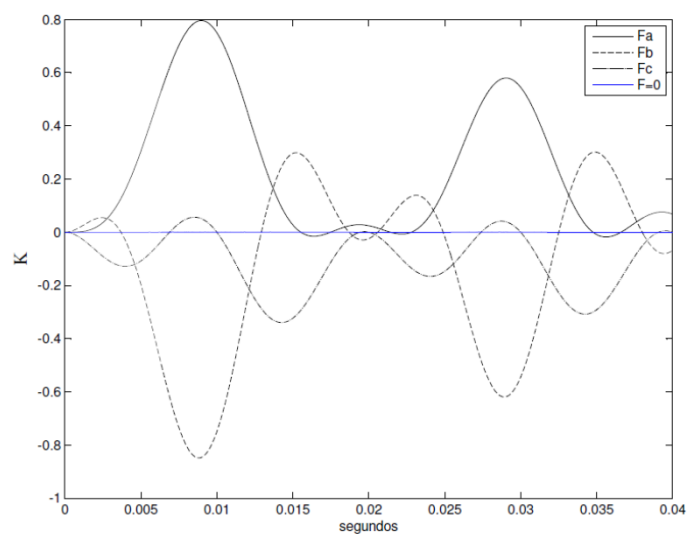


Figura 10 - Fator de correção das forças nos condutores abc

Neste estudo analisou-se a variação do K_{max} , para a situação mais desfavorável (B.2), em função do tempo de atenuação da componente contínua (4). Verifica-se que o fator de correção da força máxima, em função da corrente de choque, diminui quando o tempo de atenuação aumenta (figura 11). Os resultados demonstram a especial importância da contribuição da componente contínua (3) e do tempo de atenuação.

Fator de correção da força máxima - condutores em esteira:

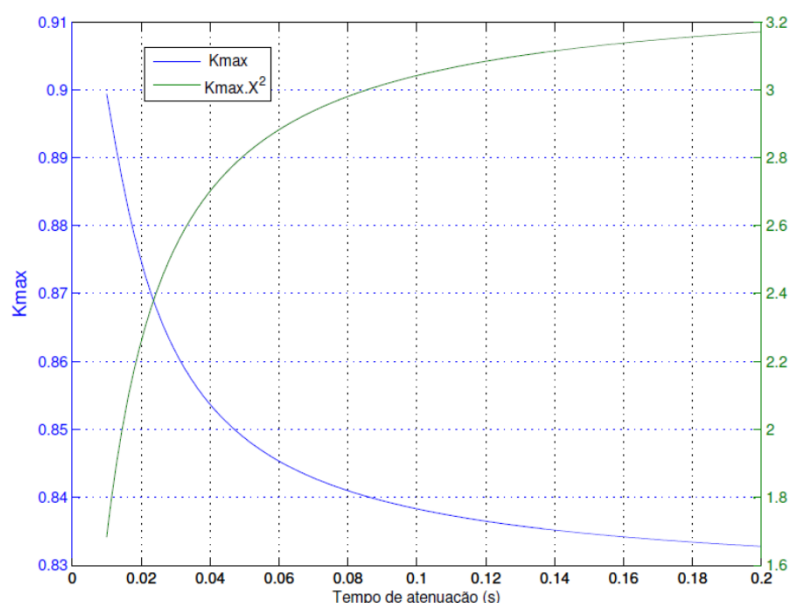


Figura 11 - Fator de correção K_{max} e fator $K_{max} \cdot \chi^2$

Conhecido o tempo de atenuação (4), é mais indicado e correto calcular a força máxima a partir do fator $K_{max} \cdot \chi^2$ e da corrente de curto-circuito trifásico simétrico subtransitório (1). O valor do respectivo fator é sempre inferior a 3,3 ($t_a = \text{inf.}$).

$$F_{max} = C K_{max} \cdot \chi^2 \left(\sqrt{2} I''_{cc3} \right)^2 \tag{12}$$

III. CURTO-CIRCUITO TRIFÁSICO SIMÉTRICO - CONDUTORES EM TRIÂNGULO

A força máxima sobre um condutor depende apenas da ocorrência da corrente de choque numa qualquer das fases. Devido à simetria geométrica da distribuição das fases simulou-se a ocorrência da corrente de choque no condutor a.

Verificou-se a força máxima no condutor onde ocorre a corrente de choque, nos outros condutores a força é inferior. Considerou-se, igualmente como no ponto (II), nos estudos apresentados o tempo de atenuação da componente contínua $t_a=0,050 \text{ s}$ ($\chi = 1,82$).

Devido à simetria geométrica da distribuição das fases a força sobre um condutor resulta da soma vetorial no plano xy das forças entre os condutores. É indiferente a sequência de colocação das fases.

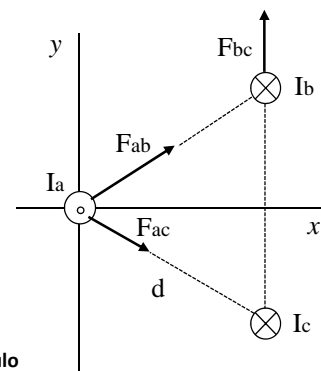


Figura 12 - Forças entre condutores em triângulo

A. Corrente de choque no condutor a

A.1. Força sobre o condutor a

O fator de correção da força (K) é dado pelas expressões abaixo, soma vetorial das forças sobre o condutor a (figura 12).

$$K_{ax} = -\left(\cos(\omega t) - e^{-\frac{t}{\tau a}}\right) \left(\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{\tau a}}\right) \left(1 + e^{-\frac{1}{\tau a^2}}\right)^{-2} x \frac{\sqrt{3}}{2} - \left(\cos(\omega t) - e^{-\frac{t}{\tau a}}\right) \left(\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(+\frac{2\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{\tau a}}\right) \left(1 + e^{-\frac{1}{\tau a^2}}\right)^{-2} x \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (13)$$

$$K_{ay} = -\left(\cos(\omega t) - e^{-\frac{t}{\tau a}}\right) \left(\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{\tau a}}\right) \left(1 + e^{-\frac{1}{\tau a^2}}\right)^{-2} x 0,5 + \left(\cos(\omega t) - e^{-\frac{t}{\tau a}}\right) \left(\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(+\frac{2\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{\tau a}}\right) \left(1 + e^{-\frac{1}{\tau a^2}}\right)^{-2} x 0,5 \quad (14)$$

$$K_a = \sqrt{K_{ax}^2 + K_{ay}^2} \quad (15)$$

A força resultante é máxima no instante $t = 0,0098$ s e $K_{max} = 0,868$ (figura 13).

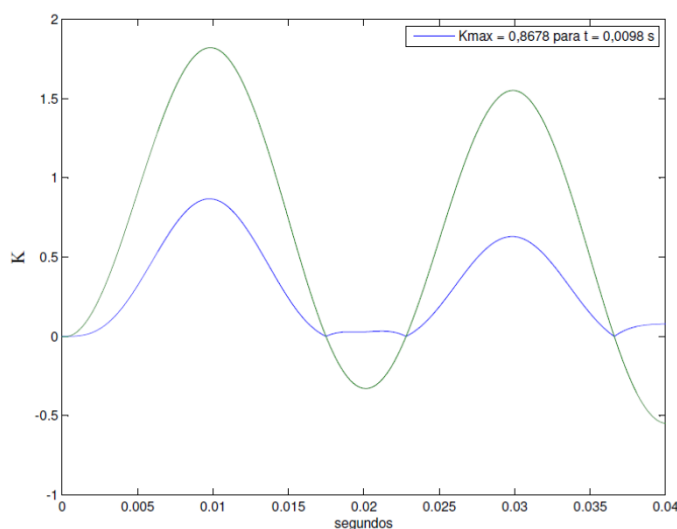


Figura 13 - Força e Corrente no condutor a

Na figura 14 apresenta-se a trajetória da força sobre o condutor a onde ocorre a corrente de choque, de 0 a 0,04 s.

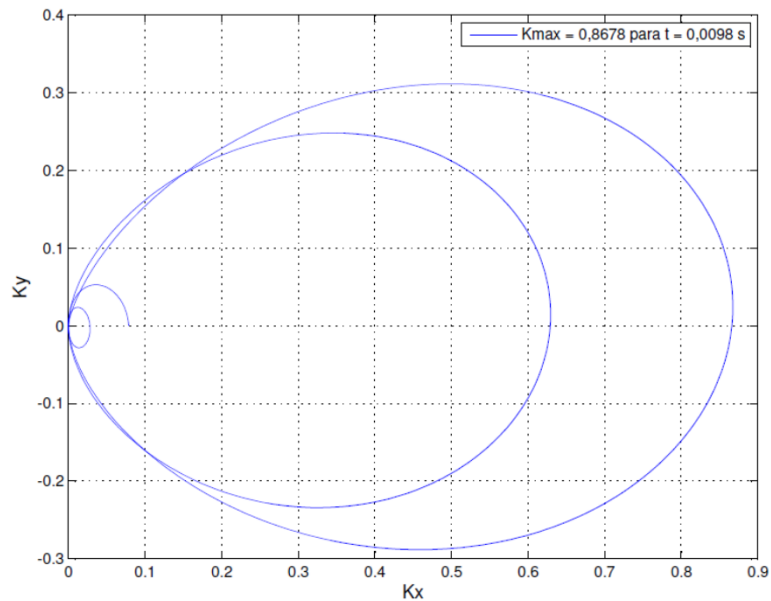


Figura 14 - Trajetória da força sobre o condutor a (2 ciclos)

A.2. Força sobre o condutor b

A força resultante é máxima no instante $t = 0,0074$ s e $K_{max} = 0,629$ (figura 15).

O sistema de forças sobre os condutores em triângulo está representado na figura 15, verificando-se que a força máxima ocorre no condutor que é percorrido pela corrente de choque.

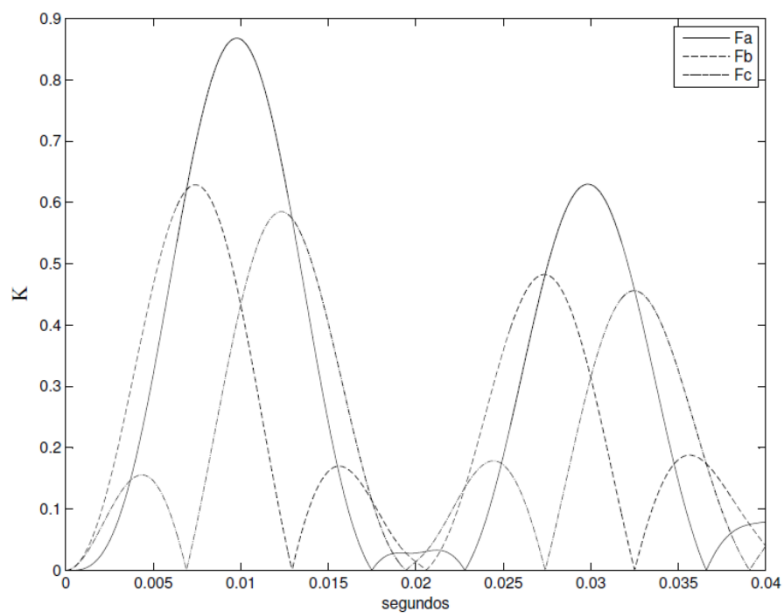


Figura 15 - Módulos do fator de correção das forças em triângulo

Analisou-se a variação do K_{max} , para a situação mais desfavorável (III A.1), em função do tempo de atenuação da componente contínua. De igual modo, verifica-se que o fator de correção da força máxima, em função da corrente de choque, diminui quando o tempo de atenuação aumenta (figura 16). Os resultados demonstram igualmente a especial importância da contribuição da componente contínua (3) e do tempo de atenuação.

Fator de correção da força máxima -condutores em triângulo

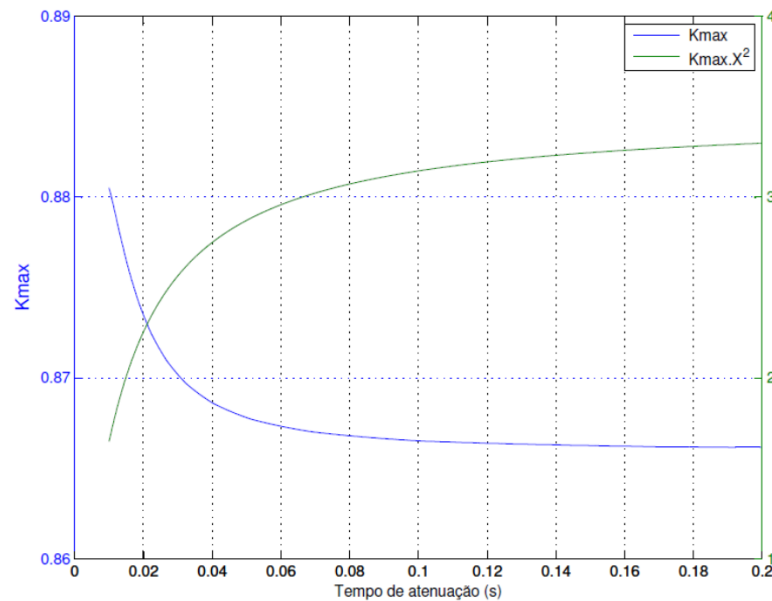


Figura 16 - Fator de correção K_{max} e fator $K_{max} \cdot \chi^2$

Conhecido o tempo de atenuação t_a e a corrente de curto-circuito trifásico simétrico I''_{cc3} , a força máxima é dada pela expressão,

$$F_{max} = C K_{max} \cdot \chi^2 \left(\sqrt{2} I''_{cc3} \right)^2 \quad (16)$$

O valor do fator $K_{max} \cdot \chi^2$ é sempre inferior a 3,5.

IV. CURTO-CIRCUITO BIFÁSICO SEM TERRA

O estudo do curto-circuito bifásico sem terra serve apenas para verificar as situações mais desfavoráveis nas solicitações mecânicas das forças eletromagnéticas entre condutores, e verificar os valores estabelecidos nas normas técnicas.

Considerou-se, igualmente como nos pontos (II, III), nos estudos apresentados o tempo de atenuação da componente contínua $t_a = 0,050$ s ($\chi = 1,82$).

A. Corrente de choque nos condutores a e b - Força sobre o condutor a ou b

O fator de correção da força (K) é dado pela expressão (17), resultado da tensão nominal e do dobro da impedância equivalente de curto-circuito.

$$K_a = \frac{3}{4} \left(\cos(\omega t) - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)^2 \left(1 + e^{-\frac{1}{\tau^2}} \right)^{-2} \tag{17}$$

A força é máxima no instante $t = 0,0099$ s e $K_{max} = 0,751$ (figura 17).

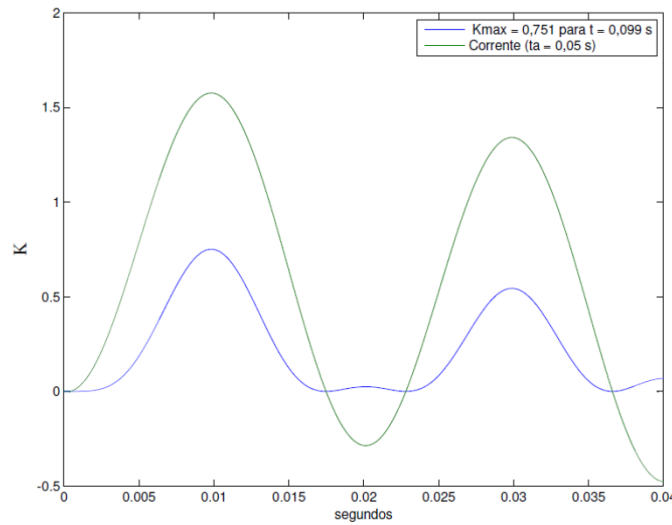


Figura 17 - Força e Corrente no condutor a ou b

Analisou-se a variação do K_{max} (Fig.18), em função do tempo de atenuação da componente contínua (4). A força máxima pode também ser expressa em função da corrente de curto-circuito trifásico simétrico, I''_{cc3} .

Fator de correção da força máxima - entre condutores no curto-circuito bifásico sem terra.

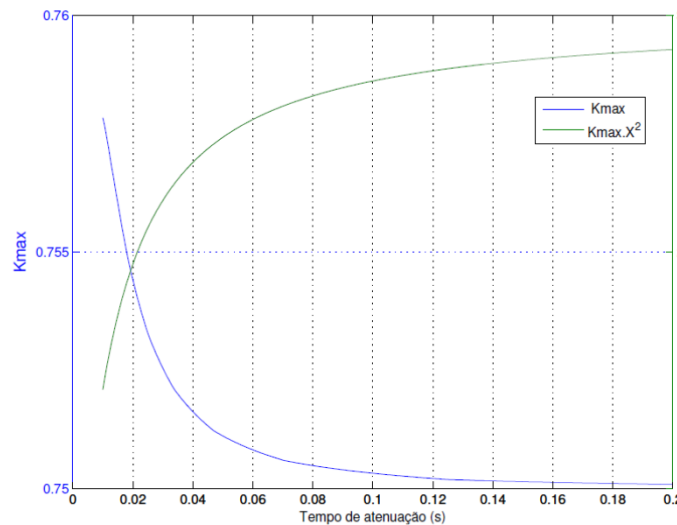


Figura 18 - Fator de correção K_{max} e fator $K_{max} \cdot \chi^2$

NOTA 3.

No estudo das solicitações mecânicas deve-se também ter em conta a força de repulsão sobre o condutor exterior de uma fase multifilar de n condutores, separados por uma distância d' , devido à corrente que se reparte pelos n condutores.

$$F'_{max} = C' \chi'^2 \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k} \right) \left(\frac{\sqrt{2} I''_{cc3}}{n^2} \right)^2 \quad \text{para } n > 1$$

$$C' = \frac{\mu_0 L}{2\pi d'}$$

V. CONCLUSÃO

O fator de correção da força máxima é normalmente majorado para o dimensionamento dos condutores, às solicitações mecânicas, podendo isso levar a uma excessiva maximização e desperdício de material.

Os valores apresentados nas normas técnicas foram obtidos por aproximação, devido à dificuldade da complexidade de cálculo dos fenómenos considerados.

Nas situações menos problemáticas, como curto-circuito em baixa tensão e com tempos de atenuação da componente contínua inferiores a 0,02 s, os fatores de correção poderão, eventualmente, ficar subestimados.

Nas situações de elevada potência de curto-circuito, como nos terminais à saída dos geradores ou nos transformadores de Alta Tensão, tendo em conta tempos de amortecimento superiores, os fatores tenderão a ser sobreavaliados.

A corrente de curto-circuito trifásica simétrica é normalmente sobreavaliada quando se considera apenas a reactância subtransitória equivalente, e a ocorrência da corrente de choque é reduzida, não havendo necessidade de majorar os fatores de correção das forças máximas sobre os condutores.

Os valores obtidos nos programas de cálculo computacional são exaustivos e permitiram obter, no espaço temporal, valores precisos para as diversas configurações do sistema elétrico. Os programas de cálculo foram desenvolvidos em MATLAB, e obteve-se resultados de elevado rigor, o que poderá permitir, se tal for necessário, a correção e melhoramento dos valores apresentados e recomendados pelas normas técnicas.

Em vez de se fixar o fator de correção da força máxima (K_{max}) em função da corrente de choque, o conhecimento ou previsão do tempo de atenuação (t_a) da componente contínua permite obter com melhor precisão a força máxima em função da corrente de curto-circuito trifásico simétrico subtransitório.

O caos organizado.

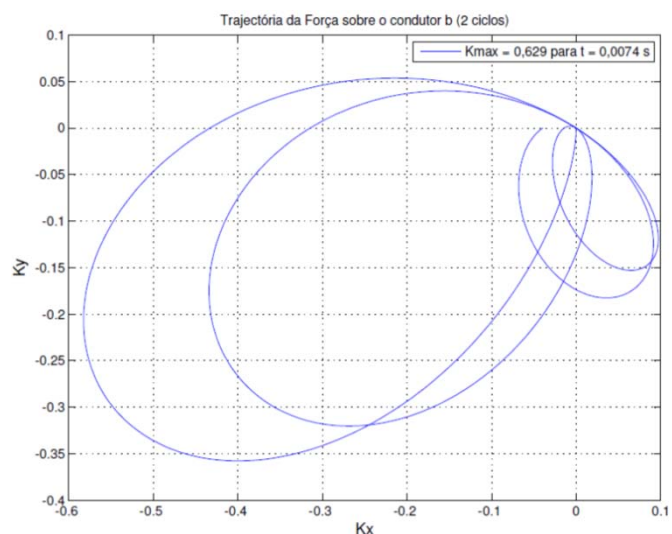


Figura 19. Condutores em triângulo (Fig.12) - Trajetória da força sobre o condutor b (2 ciclos), com corrente de choque ($\chi = 1,82$) no condutor a

REFERÊNCIAS

- Apostol – *Calculus Vol2*, Editora Editorial Reverté
 Alonso & Finn – *Física Vol2, Campos e Ondas*, Editora Edgard Blucher
 Feynman – *Leituras sobre a Física Vol2, Electromagnetismo*, Editora Addison Wesley
 MATLAB Academic – *Linguagem de programação técnica*, MathWorks, Inc
 Normas IEC 60865 – *Correntes de curto-circuito*