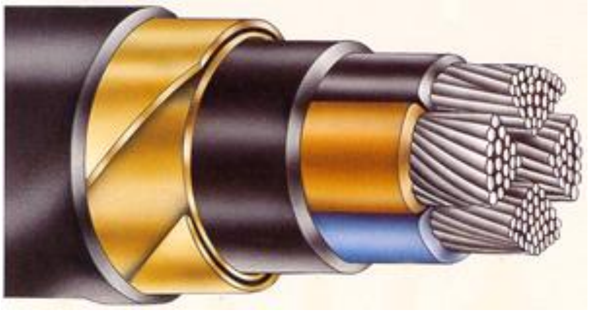
Henrique Ribeiro da Silva
Instituto Superior de Engenharia do Porto

O Aquecimento dos Condutores na Situação de Curto-Circuito



As Regras Técnicas das Instalações Eléctricas em Baixa Tensão, RTIEBT, apresentam no parágrafo 434.3.2 uma expressão que determina o tempo máximo de exposição de um condutor a uma corrente de curto-circuito, expressão esta conhecida por curva de fadiga térmica da canalização, função de diversas grandezas entre as quais a variável K por sua vez dependente da natureza da alma condutora e do isolamento.

Os valores de K vêm tabelados no mesmo parágrafo.

Vejamos como podemos obter esses valores mediante um estudo analítico dos fenómenos envolvidos.

Consideremos um condutor cilíndrico de secção S, comprimento l, resistividade ρ, submetido a uma tensão U e percorrido pela corrente I, figura 1.

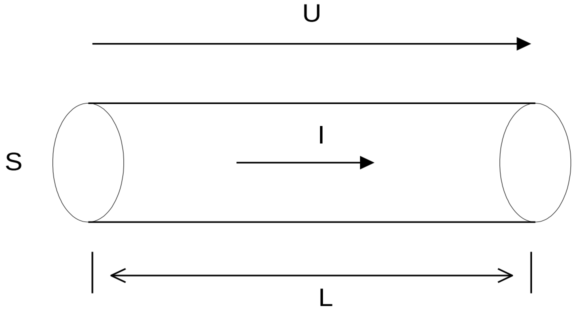


Figura 1 – Condutor cilíndrico homogéneo

A potência eléctrica fornecida ao condutor P=UI é transformada em calor pela conhecida lei de Joule P= RI^2.

Do calor gerado uma parte vai elevar a temperatura do condutor e a outra vai ser dissipada por radiação, convecção ou condução.

Podemos, então, escrever a seguinte relação:

$$P=UI=RI^2=P1 + P2$$

Eq. 1

em que P1 representa a potência responsável pelo aquecimento do condutor e P2 a fracção restante que é dissipada.

Em termos energéticos, considerando um intervalo de tempo infinitesimal, a equação que traduz o processo termodinâmico que decorre da passagem da corrente pode ser detalhado da forma seguinte:

$$RI^2dt = P_1dt + P_2dt = mcd\vartheta_c + KS_d\vartheta dt$$

Eq. 2

Onde:

m – massa do condutor
c – calor específico
Θc – temperatura do condutor
K – constante de Newton que traduz a potência dissipada por unidade de área e grau centígrado
Sd – área lateral de dissipação do calor
Θ – sobreelevação de temperatura do condutor, isto é, θ = θc – θa, em que θa é a temperatura ambiente que se considera inalterável (reservatório térmico de capacidade infinita)

(A fórmula correspondente ao termo P2 apenas contempla a potência dissipada por convecção.)

A situação de curto-circuito é uma ocorrência anómala caracterizada por elevadas correntes devidas normalmente a defeitos de isolamento.

Henrique Ribeiro da Silva
Instituto Superior de Engenharia do Porto

Assim é necessário, para evitar danos maiores, que as protecções intervenham em tempos muito reduzidos. A legislação impõe que o corte se faça num tempo quando muito igual a 5 s.

Nestas condições é lícito supor que a transformação termodinâmica seja adiabática, isto é, que não haja permutação de calor com o exterior – o calor gerado servirá apenas para elevar a temperatura do próprio condutor. Esta é também a situação mais desfavorável, do ponto de vista das temperaturas atingidas, uma vez que com a passagem do tempo as trocas com o exterior serão inevitáveis, pelo que o dimensionamento segundo este pressuposto favorece a segurança da protecção.

Retomemos a eq. 2

$$RI^2dt = V\gamma c d\vartheta_c + KS_d\vartheta dt = Slc_v d\vartheta_c + KS_d\vartheta dt$$

Eq. 3

O produto γc, massa específica do material pelo seu calor específico, é designado por calor específico volumétrico cv.

Onde:

V – volume do condutor

γ – massa específica

S – secção do condutor

c_v – calor específico volumétrico

Uma vez que consideramos o aquecimento adiabático, a parcela correspondente a P2 pode ser desprezada.

$$\frac{\rho_0(1+\alpha\theta_c)l}{S} I^2 dt = Slc_v d\vartheta_c$$

Eq. 4

$$\rho_0(1+\alpha\theta_c)I^2dt = S^2c_v d\vartheta_c$$

Eq. 5

Onde:

ρ_0 – resistividade a 0ºC

α - coeficiente de termorresistividade do material

O aquecimento do condutor não depende do seu comprimento.

$$dt = \frac{S^2c_v}{\rho_0(1+\alpha\theta_c)I^2} d\vartheta_c$$

$$\tau = 1+\alpha\theta_c \qquad d\tau = \alpha d\vartheta_c \qquad d\vartheta_c = \frac{d\tau}{\alpha}$$

Eq. 6

$$dt = \frac{S^2c_v}{\rho_0\alpha I^2\tau} d\tau$$

Eq. 7

Com a mudança de variável operada podemos prosseguir para integração:

$$t = \frac{S^2c_v}{\rho_0\alpha I^2}\ln\tau + k_1$$

Eq. 8

em que k_1 é uma constante de integração.

Neste ponto vamos fazer uma hipótese de trabalho que consiste em considerar que para o instante t=0 de ocorrência do curto-circuito a temperatura do condutor é a sua temperatura de regime θz.

$$0 = \frac{S^2c_v}{\rho_0\alpha I^2}\ln\tau_z + k_1$$

$$t = 0 \Rightarrow \vartheta_c = \vartheta_z \Rightarrow \tau = \tau_z$$

Eq. 9

Henrique Ribeiro da Silva
Instituto Superior de Engenharia do Porto

$$k_1 = -\frac{S^2 c_v}{\rho_0 \alpha I^2} \ln \tau_z$$

Eq. 10

Substituindo este resultado na eq. 8:

$$t = \frac{S^2 c_v}{\rho_0 \alpha I^2} (\ln \tau - \ln \tau_z)$$
$$t = \frac{S^2 c_v}{\rho_0 \alpha I^2} (\ln \frac{\tau}{\tau_z})$$

Eq. 11

Usando agora a definição de τ:

$$t = \frac{S^2 c_v}{\rho_0 \alpha I^2} (\ln \frac{1+\alpha\theta_c}{1+\alpha\theta_z})$$

Eq. 12

Se introduzirmos a grandeza β como sendo o inverso de α, obteremos:

$$t = \frac{S^2 c_v \beta}{\rho_0 I^2} (\ln \frac{\beta+\theta_c}{\beta+\theta_z})$$

Eq. 13

A eq. 13 pode ser reescrita na forma dada no parágrafo das Regras Técnicas acima citado.

$$t = \frac{k^2 S^2}{I^2}$$
$$k = \sqrt{\frac{c_v \beta}{\rho_0} (\ln \frac{\beta+\theta_c}{\beta+\theta_z})}$$

Eq. 14

O k assim definido usa o valor da resistividade a 0º C, ρ0. Normalmente a fórmula utiliza o valor a 20º, ρ_{20}.

Procedendo à substituição, obter-se-á:

$$\rho_{20} = \rho_0 (1+\alpha 20)$$
$$\rho_0 = \frac{\rho_{20}}{1+\alpha 20}$$
$$k = \sqrt{\frac{c_v(\beta+20)}{\rho_{20}} (\ln \frac{\beta+\theta_c}{\beta+\theta_z})}$$

Eq. 15

Uma vez que

$$\beta(1+\alpha 20) = (\beta+20)$$

Eq. 16

De notar que a expressão de k a que se chegou, eq. 15, se desenvolveu a partir da eq. 4 que considerava a resistividade a 0ºC. Se se tivesse partido com o seu valor a 20ºC, chegar-se-ia a uma expressão um pouco diferente:

$$k = \sqrt{\frac{c_v \beta}{\rho_{20}} (\ln \frac{\beta+\theta_c-20}{\beta+\theta_z-20})}$$

Eq. 17

É fácil verificar que os kk determinados pelas eq. 15 e 17 dão valores ligeiramente diferentes.

A razão prende-se com a fórmula da variação da resistividade com a temperatura.

De facto, a expressão geral da fórmula vem expressa por:

$$\rho_\vartheta = \rho_{\vartheta_1} \left[1+\alpha(\vartheta-\vartheta_1)\right] = \rho_{\vartheta_1} + \rho_{\vartheta_1} \alpha(\vartheta-\vartheta_1)$$

Eq. 18

Ora esta fórmula não é senão a expansão em série de Taylor, considerados somente os dois primeiros termos, de ρ_θ em torno do ponto θ_1. O produto $\rho_{\theta 1}.\alpha$ corresponde à derivada de ρ_θ em θ_1. A linearização da função implica que o declive da recta seja constante, ou seja os produtos $\rho_\theta.\alpha$, pelo que o

Henrique Ribeiro da Silva
Instituto Superior de Engenharia do Porto

coeficiente de termorresistividade α deve variar inversamente com ρ.

Assim sendo, a eq. 15 deverá ser escrita sob a forma mais correcta:

$$k = \sqrt{\frac{c_v(\beta_0 + 20)}{\rho_{20}} (\ln \frac{\beta_0 + \theta_c}{\beta_0 + \theta_z})}$$

Eq. 15'

em que β_0 é o inverso do coeficiente de termorresistividade α a 0ºC.

A eq. 15' está também em acordo com a norma CEI IEC 60 949 – Calculation of thermally permissible short-circuit currents, taking into account non-adiabatic heating effects (1ª ed. 1988).

No entanto, normalização de alguns países usa a expressão:

$$k = \sqrt{\frac{c_v(\beta_{20} + 20)}{\rho_{20}} (\ln \frac{\beta_{20} + \theta_c}{\beta_{20} + \theta_z})}$$

Eq. 15''

Ou seja, usando o valor de α a 20ºC.

A expressão de k pode também apresentar-se numa forma simplificada como segue:

$$k = \sqrt{\frac{c_v(\theta_c - \vartheta_z)}{\rho_{eq}}}$$

Eq. 19

em que ρeq é um valor médio da resistividade, tomado para uma temperatura intermédia.

Cálculo dos KK

Vamos usar a eq. 15' do k para calcular os seus valores para os cabos mais utilizados:

$$k = \sqrt{\frac{c_v(\beta_0 + 20)}{\rho_{20}} (\ln \frac{\beta_0 + \theta_c}{\beta_0 + \theta_z})}$$

Eq. 15'

Natureza do condutor	Cu		Al	
Natureza do isolamento	PVC	XLPE	PVC	XLPE
Temperatura máxima de regime	70º	90º	70º	90º
Temperatura máxima de curto-circuito	160º	250º	160º	250º

Tab.1 Temperaturas de regime e de curto-circuito

Contudo, a norma CEI IEC 60 986 – Short-circuit temperature limits of electric cables with rated voltages from 6 kV (Um = 7,2 kV) up to 30 kV (Um = 36 kV), (Out. 2000), faz uma distinção para o caso de cabos isolados a Policloreto de Vinilo, PVC:

PVC (PVC/B)	Temperatura máxima de cc (ºC)
S ≤ 300 mm2	160
S > 300 mm2	140

Tab. 2 Temperaturas máx. de cc para o PVC

Natureza do condutor	Cu	Al
Calor específico volumétrico J/ºC.mm^3	$3{,}45.10^{-3}$	$2{,}5.10^{-3}$
Resistividade a 20º C Ω.mm	$17{,}241.10^{-6}$	$28{,}264.10^{-6}$
Resistividade a 0º C Ω.mm (calculado)	$15{,}885.10^{-6}$	26.10^{-6}
Coeficiente de termorresistividade a 20ºC /ºC	$3{,}93.10^{-3}$	$4{,}\ 034.10^{-3}$
Coeficiente de termorresistividade a 0ºC /ºC (calculado)	$4{,}265.10^{-3}$	$4{,}386.10^{-3}$

Tab. 3 Características físicas do cobre e do alumínio

A Tab. 3 – a menos dos valores calculados – encontra-se definida como na citada norma CEI IEC 60 949.
A temperatura final do condutor será feita igual à máxima de curto-circuito e a inicial à máxima de regime permanente.

Natureza do condutor	Cu		Al	
Natureza do isolamento	**PVC**	**XLPE**	**PVC**	**XLPE**
Valor de k (Eq. 15')	114,83	142,87	76,08	94,55
Valor de k (parágrafo 434.3.2 RTIEBT)	115	143	76	94
Valor de k (artº 580º DL 740/74)	115	135	74	87

Tab. 4 Comparação dos valores de k

Como se pode apreciar pela Tab. 4 os novos valores de k dados pelas RTIEBT estão bastante mais próximos dos valores teóricos calculados pela Eq. 15' que os valores anteriormente fornecidos pelo Regulamento de Instalações, o célebre 740/74, valores estes que ainda são os do Regulamento de Redes de BT, o DR nº 90/84.