

VOLUMES NO QUOTIDIANO: O USO DE MATERIAIS CONCRETOS E MANIPULÁVEIS NO ENSINO DE VOLUMES

VOLUMES IN DAILY LIFE: USING CONCRETE AND MANIPULABLE MATERIALS TO TEACH VOLUMES

VOLÚMENES EN LA VIDA COTIDIANA: EL USO DE MATERIALES CONCRETOS Y MANIPULABLES EN LA ENSEÑANZA DE LOS VOLÚMENES

Francisco Martins¹

Nuno Silva² [ORCID: 0000-0001-5298-9090]

Daniela Mascarenhas² [ORCID: 0000-0001-5854-536X]

Ana Maia³ [ORCID: 0009-0009-5043-5612]

¹ Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto, Portugal
franciscoduartemartins@hotmail.com

² Agrupamento de Escolas D. Pedro IV, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto, Portugal
nunosilva@ese.ipp.pt

² Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto & InED, Portugal
daniela@ese.ipp.pt

³ Agrupamento de Escolas Dr. Vieira de Carvalho, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto, Portugal
anamaia@ese.ipp.pt

Resumo

Este estudo, realizado com 18 alunos do 6.º ano de escolaridade (11-12 anos), investigou de que forma o uso do Material Multibásico (MAB) e a ligação da matemática ao quotidiano contribuem para a compreensão do conceito de volume. Os objetivos centrais foram: promover a construção do conceito de volume com o apoio do MAB; implementar tarefas contextualizadas no quotidiano dos alunos; e analisar o impacto dos materiais manipuláveis na aprendizagem do tópico "figuras no espaço", presente nas Aprendizagens Essenciais de Matemática.

Adotando uma abordagem qualitativa, foram recolhidos dados por meio de observação direta, registos em vídeo, análise documental e entrevistas de grupo focal. Os resultados indicaram que o uso de materiais concretos, como o MAB e objetos do quotidiano, poderão ser facilitadores para a transição de uma compreensão prática e tangível para uma abordagem mais abstrata e formal, incluindo o uso de fórmulas matemáticas. As metodologias adotadas promoveram a autonomia dos alunos, fortalecendo a conexão entre teoria e prática, e sublinharam a relevância do uso de materiais manipuláveis na aprendizagem de conceitos geométricos complexos.

Palavras-chave: Cilindro, MAB, Paralelepípedo, Quotidiano, Volume.

Abstract

This study, conducted with 18 sixth-grade students (ages 11–12), investigated how the use of Base Ten Blocks (MAB) and the connection between mathematics and everyday life contribute to the understanding of the concept of volume. The main objectives were: to promote the construction of the volume concept using MAB; to implement tasks contextualized in students' daily lives; and to analyze the impact of

manipulatives on learning the topic “3D figures,” as outlined in the Essential Learning Goals for Mathematics.

Adopting a qualitative approach, data were collected through direct observation, video recordings, document analysis, and focus group interviews. The results indicated that the use of concrete materials, such as MAB and everyday objects, may facilitate the transition from a practical and tangible understanding to a more abstract and formal one, including the use of mathematical formulas. The methodologies adopted promoted student autonomy, strengthened the connection between theory and practice, and emphasized the relevance of using manipulatives in learning complex geometric concepts.

Keywords: Cylinder, MAB, Parallelepiped, Daily life, Volume.

Resumen

Este estudio, realizado con 18 alumnos de sexto grado (11–12 años), investigó cómo el uso del material multibase (MAB) y la conexión de las matemáticas con la vida cotidiana contribuyen a la comprensión del concepto de volumen. Los objetivos principales fueron: promover la construcción del concepto de volumen con el apoyo del MAB; implementar tareas contextualizadas en la vida diaria de los alumnos; y analizar el impacto de los materiales manipulativos en el aprendizaje del tema “figuras en el espacio”, presente en los Aprendizajes Esenciales de Matemáticas.

Adoptando un enfoque cualitativo, se recopilaron datos mediante observación directa, grabaciones en vídeo, análisis documental y entrevistas en grupo focal. Los resultados indicaron que el uso de materiales concretos, como el MAB y objetos cotidianos, puede facilitar la transición de una comprensión práctica y tangible a un enfoque más abstracto y formal, incluyendo el uso de fórmulas matemáticas. Las metodologías empleadas promovieron la autonomía de los alumnos, fortalecieron la conexión entre la teoría y la práctica, y subrayaron la relevancia del uso de materiales manipulativos en el aprendizaje de conceptos geométricos complejos.

Palabras-clave: Cilindro, MAB, Paralelepípedo, Cotidiano, Volumen.

INTRODUÇÃO

A investigação no domínio educativo procura, aprofundar o conhecimento sobre o processo de ensino e aprendizagem, proporcionando uma prática pedagógica mais eficaz e ajustada às necessidades dos alunos (Shulman, 1989). O professor assume o papel de mediador e agente curricular (Morgado, 2016), sendo fundamental na observação, reflexão e avaliação das práticas pedagógicas e na seleção de recursos didáticos que promovam aprendizagens significativas.

Segundo Duval, citado por Mascarenhas (2011), o ensino da Geometria deve começar pela visualização e manipulação concreta, permitindo que os alunos desenvolvam uma compreensão intuitiva e prática antes de serem introduzidos a conceitos abstratos. No entanto, o ensino da Matemática tende a priorizar a aplicação de fórmulas e procedimentos algorítmicos, especialmente no estudo de conceitos geométricos, como o volume. Esta abordagem muitas vezes limita a compreensão mais profunda e contextualizada dos alunos, subvalorizando o raciocínio visual e a exploração concreta dos conceitos. Assim, é essencial criar experiências de aprendizagem que utilizem materiais concretos e promovam a visualização e manipulação ativa dos objetos geométricos, facilitando o desenvolvimento do pensamento abstrato e da capacidade de resolução de problemas.

A presente investigação surgiu da necessidade de explorar práticas educativas que tornem o ensino da Geometria mais significativo e acessível aos alunos. Baseando-se em metodologias ativas, procura-se

perceber de que forma a utilização de materiais manipuláveis, nomeadamente o MAB e objetos do quotidiano, podem promover uma aprendizagem mais sólida e integrada do conceito de volume. A pesquisa concentrou-se na análise da transição do concreto para o abstrato, procurando compreender como esta abordagem pode facilitar a dedução de fórmulas matemáticas e a aplicação do conceito de volume em situações práticas, contribuindo para a motivação e o sucesso escolar dos alunos. Assim, foi definida a questão de partida: “De que forma o MAB e a conexão da matemática com o quotidiano auxilia no desenvolvimento da compreensão do conceito de volume em alunos do 6.º ano do 2.º Ciclo do Ensino Básico (2.º CEB)?”, bem como três objetivos principais: (i) Desenvolver, nos alunos, a perceção e a construção do conceito de volume utilizando o MAB; (ii) Desenvolver e implementar tarefas relacionadas com o quotidiano dos alunos; (iii) Verificar de que forma os materiais manipuláveis podem ajudar na compreensão do tópico “figuras no espaço” das aprendizagens essenciais da matemática do 6.º ano do 2.º CEB.

1 CONTEXTUALIZAÇÃO TEÓRICA

1.1 Orientações curriculares sobre o conceito de volume

O volume é uma propriedade geométrica essencial que quantifica o espaço ocupado por um sólido, sendo fundamental em áreas como a física, engenharia e arquitetura (Gomes & Ralha, 2004). De uma forma mais intuitiva podemos considerar o volume de uma figura tridimensional como a quantidade de espaço que ela ocupa. Habitualmente usa-se como unidade de volume um cubo com uma unidade de comprimento de aresta, designada por cubo unitário, sendo que a medida de volume de um cubo unitário é 1.

O ensino do conceito de volume no 6.º ano de escolaridade do 2.º CEB, assume um papel central na introdução de novos conceitos associados à medida de sólidos geométricos. As *Aprendizagens Essenciais de Matemática* (Canavarro et al., 2021) definem como objetivo central que os alunos desenvolvam uma compreensão funcional do volume, articulando saberes geométricos e numéricos. Inicialmente, o volume é explorado como o número de cubos unitários que “cabem” num determinado sólido, enfatizando a decomposição de prismas em unidades de medida. Esta abordagem é essencial para a compreensão de fórmulas de cálculo de volume, tais como $V = A_{\text{base}} \times h$ para prismas e cilindros, onde a multiplicação entre a área da base e a altura reflete uma construção geométrica interpretativa.

Esta abordagem pedagógica pressupõe o uso de materiais manipuláveis que favoreçam a visualização tridimensional e a construção de significados matemáticos. Sousa (2015) defende a transição gradual do concreto para o pictórico e, posteriormente, para o simbólico, permitindo aos alunos compreender a abstração das fórmulas com base em experiências tangíveis. Esta visão é corroborada por Matos e Serrazina (1996), ao salientarem a importância da visualização espacial como competência fundamental na aprendizagem do volume.

Assim, torna-se imprescindível adotar estratégias diversificadas, que incluam atividades com modelos tridimensionais e sólidos geométricos, para que os alunos possam desenvolver autonomia na resolução de problemas e consolidar o raciocínio geométrico. Conforme Ponte (2010) observa, a construção de conexões entre conteúdos e contextos reais é uma orientação crescente dos documentos curriculares nacionais e internacionais.

1.2 Matemática no quotidiano

A Matemática está presente em vários aspetos da vida quotidiana, desde o comércio e engenharia até à arte, música e natureza (Camacho, 2013). Esta presença justifica a necessidade de uma abordagem pedagógica que valorize o reconhecimento da Matemática como parte integrante do mundo real.

Segundo Moreira e Oliveira (2003), os alunos aprendem melhor quando conseguem identificar aplicações matemáticas em situações que lhes são familiares. A contextualização favorece não apenas a compreensão, mas também a motivação dos alunos, ao aproximar a aprendizagem dos seus interesses e experiências.

Dean (2008) sugere que a Matemática pode ser percebida de uma forma mais acessível e agradável pelos alunos se estes compreenderem as inter-relações entre os conteúdos. De acordo com o autor, "a matemática é difícil e entediante para muitos alunos, uma vez que os mesmos não conseguem visualizar as conexões matemáticas" (p. 51), o que sublinha a importância das conexões para facilitar a compreensão desta disciplina.

Serrazina (1991), citado por Botas e Moreira (2013), salienta a importância do uso de materiais manipuláveis no ensino da Matemática, referindo que estes são "objetos, instrumentos que podem ajudar os alunos a descobrir, a entender ou consolidar conceitos fundamentais nas diversas fases da aprendizagem" (p. 260). A utilização precoce de instrumentos de medida, sem uma compreensão sólida, pode, segundo Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999, p. 61), "conduzir a uma utilização sem a compreensão necessária à resolução de problemas que envolvam medidas".

No contexto do ensino da Matemática, Cascalho, Melo e Teixeira (2013) destacam três tipos de conexões que podem ser exploradas: entre diferentes tópicos matemáticos, entre a Matemática e outras áreas curriculares e, por fim, entre a Matemática e o quotidiano. No que diz respeito à conexão entre a Matemática e o quotidiano, Ferri (2010, p. 19) argumenta que "a modelação matemática é um processo que liga o mundo real e a matemática nos dois sentidos: da realidade para a matemática e – isto é importante – no sentido contrário, da matemática para a realidade". Assim, a escola deve proporcionar aos alunos experiências matemáticas em contextos reais, permitindo-lhes desenvolver uma maior autoconfiança e espírito crítico na utilização da Matemática.

Ponte e Quaresma (2012) defendem que os contextos dos problemas apresentados aos alunos desempenham um papel crucial no desenvolvimento do raciocínio matemático. Gravemeijer (2005), citado por Ponte e Quaresma (2012), sugere que os alunos devem começar por trabalhar com modelos criados a partir de situações concretas, que gradualmente evoluem para formas de raciocínio abstrato e formal. Este processo permite que os modelos inicialmente utilizados para resolver problemas contextualizados se transformem em ferramentas de suporte ao raciocínio matemático.

Por conseguinte, é crucial integrar a Matemática com situações do quotidiano, pois tal abordagem não só facilita a aprendizagem como também ajuda a construir um pensamento matemático mais sólido e conectado com a realidade dos alunos.

1.3 A importância da visualização na Geometria

A visualização espacial é uma competência essencial no ensino da Geometria, permitindo aos alunos compreender, representar e antecipar transformações de objetos em duas e três dimensões. Esta capacidade é desenvolvida através de atividades que envolvem a manipulação concreta e a projeção mental de formas geométricas.

Segundo Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), a Geometria fornece as ferramentas para interpretar e modificar o mundo físico, sendo a visualização um dos seus pilares. Clements e Battista (1992) definem esta competência como a aptidão para imaginar e manipular objetos em diferentes planos, enquanto Brocardo e Mendes (2007) defendem que o ensino deve iniciar-se com materiais concretos e evoluir para representações abstratas.

Matos e Gordo (1993) reforçam que a visualização espacial facilita a aprendizagem da geometria, enquanto simultaneamente se desenvolve através das experiências geométricas em contexto de sala de aula. Esta competência abrange várias capacidades relacionadas com a perceção do mundo envolvente e a capacidade de interpretar, modificar e antecipar transformações dos objetos.

Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) corroboram que a visualização espacial constitui uma capacidade a ser trabalhada na geometria, permitindo que os alunos "percebam, representem, interpretem, modifiquem e antecipem transformações dos objetos no espaço" (p. 82). Estes autores sublinham ainda que a visualização não é uma capacidade inata, podendo ser desenvolvida através de atividades pedagógicas específicas.

Battista (2003) identificou os erros mais frequentes cometidos pelos alunos ao trabalhar com sólidos formados por pequenos cubos, observando que as dificuldades em visualizar as formas conduziram a erros no cálculo do número de cubos em estruturas tridimensionais. Battista (2003) descreve quatro processos mentais fundamentais para compreender o raciocínio dos alunos em tarefas de contagem estruturada: "formação e utilização de modelos mentais, estruturação espacial, localização de unidades e organização dos elementos de uma composição" (p. 122). A evolução através destes processos permite aos alunos progredir de níveis básicos, em que não conseguem visualizar ou organizar as unidades, até níveis avançados, onde são capazes de refletir sobre as formas com base em modelos mentais estruturados.

No que respeita à compreensão dos conceitos de área e volume, Battista (2007) destaca que esta implica a capacidade de (a) compor e decompor áreas e volumes; (b) entender as unidades de medida envolvidas; (c) utilizar processos numéricos para calcular áreas e volumes de diferentes formas; e (d) representar estes processos na linguagem matemática. Assim, a compreensão profunda destes conceitos depende das experiências educativas proporcionadas e da capacidade dos alunos em validar autonomamente os seus modelos mentais.

2 METODOLOGIA

Este estudo seguiu uma metodologia qualitativa, justificada pela necessidade de compreender fenómenos num contexto real e valorizar a perspetiva dos participantes (Denzin e Lincoln, 1994, citados por Gómez et al., 1996). A abordagem qualitativa baseou-se em dados descritivos provenientes das palavras e comportamentos dos envolvidos (Taylor e Bogdan, 1986, citados por Gómez et al., 1996), recorrendo a técnicas como observação direta, registos videográficos, análise documental e entrevistas.

O estudo procurou explorar as noções dos alunos do 6.º ano sobre o conceito de volume e a sua evolução ao participarem em tarefas que estimulam a visualização e o raciocínio espacial, num ambiente real de sala de aula. Segundo Lüdke e André (1986), uma abordagem qualitativa é apropriada para analisar fenómenos no contexto. Bogdan e Biklen (1994) defendem que esta metodologia permite descrever e compreender situações educativas onde o controlo é limitado. Neste estudo, o investigador assumiu o papel principal na recolha de dados, centrando-se na compreensão dos processos mais do que nos resultados, com uma análise indutiva dos dados.

Esta recolha sistemática de dados procurou melhorar práticas pedagógicas e facilitar aprendizagens significativas, alinhando-se com a visão de Shulman (1989) sobre a importância da investigação para compreender e aperfeiçoar o ensino. O grupo participante neste estudo consistiu numa turma do 6.º ano do 2.º CEB, composta por 18 alunos, dos quais 10 eram do sexo feminino e oito do sexo masculino, com idades compreendidas entre os 11 e 12 anos, sem registo de retenções escolares.

2.1 Técnicas e instrumentos de recolha de dados utilizados no estudo

A investigação de natureza qualitativa desenvolvida neste estudo exigiu a utilização de diferentes técnicas e instrumentos de recolha de dados. A observação direta, participante e ativa foi uma das principais estratégias utilizadas, permitindo ao professor-investigador observar os comportamentos dos alunos em interação com o ambiente, o que é essencial para a construção de significado, tal como destacado por

Amado e Freire (2014, p. 136), que realçam a importância da “interação do observador com os observados”. Esta metodologia proporcionou um acesso mais profundo às dinâmicas em sala de aula e permitiu registrar tanto o comportamento dos alunos quanto os fatores que o influenciaram. Paralelamente, a análise documental foi um instrumento essencial, ao fornecer evidências concretas que apoiaram as observações realizadas. Segundo Ludke e André (1986, citados por Mascarenhas, 2011, p. 146), “os documentos escritos constituem uma fonte poderosa e rica de onde podem ser retiradas evidências”. Através da análise de documentos, o investigador pôde identificar dificuldades e verificar o grau de compreensão dos alunos relativamente ao conteúdo explorado.

Além disso, foram recolhidos registos fotográficos, o que permitiu uma análise mais detalhada dos resultados. Estas fontes complementares enriqueceram a investigação, proporcionando múltiplas perspetivas para uma compreensão mais holística do processo de ensino e aprendizagem.

Outra técnica de recolha de dados foi a realização de entrevistas semiestruturadas com os alunos, em formato de *focus group*. As entrevistas visaram aceder às perceções e significados atribuídos pelos participantes às suas experiências de aprendizagem, tal como sugerido por Estrela (1994, p. 342), que defende que as entrevistas permitem compreender os “quadros conceituais dos dados dessa informação”. As entrevistas em grupo, segundo Krueger & Casey (2009, citados por Silva et al., 2014, p. 178), foram usadas para “recolha de dados qualitativos junto de pessoas com algum tipo de semelhança, numa situação de grupo, através de uma discussão focada”.

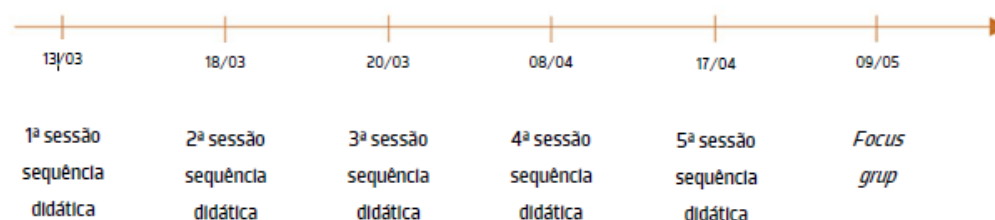
Ambas as entrevistas seguiram um formato semiestruturado, o que, conforme sugerido por Estrela (1994), evitou dirigir excessivamente a conversa, permitindo que os entrevistados refletissem livremente e contribuíssem com as suas perspetivas de forma mais aberta e espontânea.

2.2 Procedimentos de recolha de dados

A investigação iniciou-se com uma observação naturalista, ativa e participante no contexto educativo do 6.º ano, permitindo uma caracterização fundamentada do ambiente e das crianças, a que se seguiram várias fases, conforme se mostra na Figura 1:

Figura 1

Cronograma de Investigação



A primeira sessão da sequência didática, realizada a 13 de março de 2024 centrou-se na exploração do conceito de volume, utilizando o material didático MAB. Seguiram-se outras sessões: a 18 e a de 20 de março, onde se explorou o volume de paralelepípedos, recorrendo a materiais do dia a dia com formato deste prisma tais como embalagens diversas; a 8 de abril de 2024, com a exploração do volume de cilindros, utilizando latas variadas; e, finalmente, a 17 de abril, foi estabelecida a relação entre volume e capacidade

utilizando copos medidores e embalagens de um litro de leite. No final das sessões, realizaram-se duas entrevistas semiestruturadas em formato de *focus group* com os alunos, para refletir sobre as aprendizagens construídas e obter *feedback* sobre as tarefas desenvolvidas e os materiais utilizados.

3 RESULTADOS E SUA DISCUSSÃO

Os dados recolhidos foram organizados de forma estruturada, incluindo a análise das sessões formativas e das entrevistas de grupo focal. Para garantir o anonimato, os alunos foram identificados como A1, A2, e assim sucessivamente, conforme a sua ordem numérica.

3.1 Sessão formativa n.º 1

O principal objetivo desta sessão foi trabalhar o conceito de volume utilizando o material concreto MAB. Na primeira fase, foram distribuídos 20 cubinhos do MAB a cada aluno para a realização de uma tarefa que conduziu à introdução do conceito de volume. Os alunos deveriam construir sólidos utilizando todos os cubinhos (Figura 2), observando que, embora as formas fossem diferentes, todas ocupavam o mesmo espaço. Durante a atividade, os alunos demonstraram boa capacidade de visualização espacial, identificando rapidamente a relação de igualdade de volume entre as construções.

A7: Mas como é que a minha figura ocupa o mesmo espaço que a do A13 se elas são diferentes?

P: Quantos cubinhos usaste?

A7: Vinte.

P: E tu, A13?

A13: Também usei vinte.

P: A7, cada cubinho não ocupa o mesmo espaço?

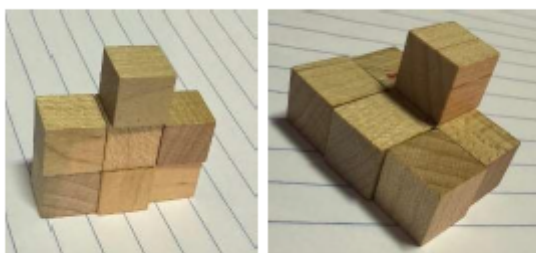
A7: Ocupa! Eles são iguais.

P: E então vinte cubinhos não ocupam o mesmo espaço que vinte cubinhos?

A7: Ah, sim, já percebi!

Figura 2

Cubinhos do MAB



Na tarefa seguinte, os alunos foram desafiados a construir sólidos com determinado volume, recorrendo ao MAB. Verificou-se que todos os alunos conseguiram realizar a tarefa com sucesso, o que sugere o sucesso do alcance do objetivo da tarefa, nomeadamente, a capacidade de se trabalhar com diferentes volumes.

3.2 Sessões formativas n.º 2 e n.º 3

A segunda sessão iniciou-se com a resolução de uma tarefa que implicava a construção de paralelepípedos utilizando 12 cubinhos do MAB, com o intuito de explorar as noções de comprimento, largura e altura, fundamentais para o cálculo do volume (Figura 3). Esta tarefa permitiu aos alunos reconhecer,

empiricamente, que diferentes combinações dessas dimensões podem resultar em paralelepípedos com o mesmo volume – conceito-chave para o desenvolvimento posterior da fórmula.

Esta fase proporcionou um apoio visual essencial para a compreensão do conceito, evidenciado pelo interesse de um aluno que explorou todas as possibilidades de construção utilizando os 12 cubinhos.

Figura 3

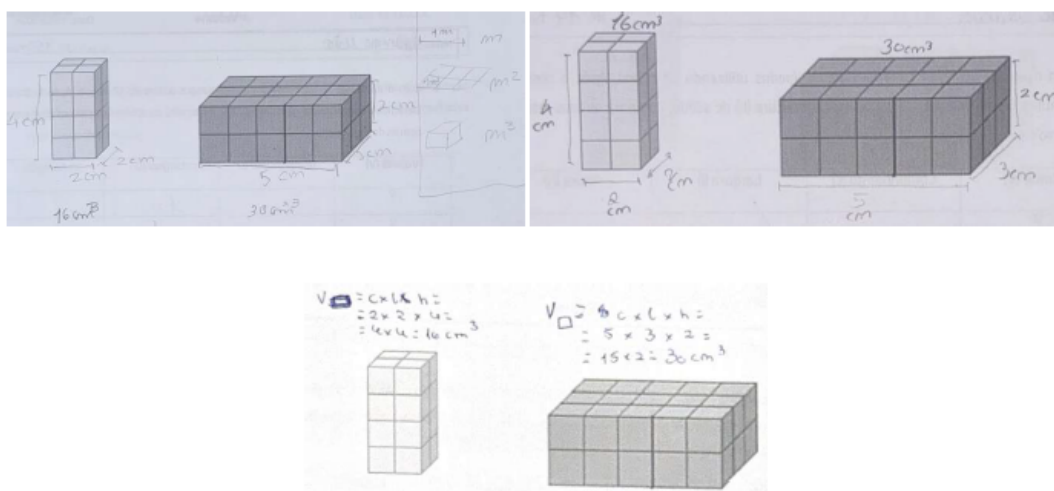
Preenchimento da tabela por A7

Volume (V)	Comprimento (c)	Largura (l)	Altura (h)
12	6	1	2
12	6	2	1
12	2	2	3
12	3	2	2
12	12	1	1
12	1	1	12
12	2	1	6

Na tarefa seguinte, os alunos foram desafiados a identificarem o volume de dois paralelepípedos com dimensões específicas de comprimento, largura e altura fornecidas (Figura 4). Este momento representou um avanço em termos de formalização do conceito de volume. Observou-se que alguns alunos demonstraram dificuldades em compreender a relação entre as três dimensões no abstrato, sendo estas dificuldades colmatadas através da mediação e orientação do professor. Esta limitação encontrava-se relacionada com a transição entre a manipulação concreta dos cubinhos e a visualização abstrata do sólido na folha da tarefa. Num cômputo geral, 89% dos alunos, identificaram facilmente as dimensões dos paralelepípedos, assim como os respectivos volumes.

Figura 4

Cálculo de Volume de paralelepípedos por A3, A10 e A16



De seguida, foi resolvida uma tarefa, com base nas tarefas anteriores, com o objetivo de identificar a fórmula de cálculo do volume de um paralelepípedo, ou seja, o produto do comprimento, pela largura e pela altura.

Esta etapa revelou ser um ponto de viragem, uma vez que os alunos começaram a transpor as experiências práticas para a linguagem simbólica matemática. No final, verificou-se que 72% da turma foi capaz de formular, autonomamente ou com alguma ajuda, a expressão $V = c \times l \times a$. Todavia, este momento não se mostrou isento de dificuldades. Para alguns alunos, o desafio não foi a compreensão do conceito, mas a operacionalização da multiplicação de três fatores, o que sugere que o domínio da aritmética básica pode ter influenciado a sua performance nesta tarefa.

A10: Mas eu não entendi bem porque se tem de multiplicar tudo.

P: Então anda aqui (centro da sala, junto à mesa do professor) e vamos construir o segundo paralelepípedo da tarefa anterior. (A10 desloca-se).

Vamos começar pelo comprimento. Qual é o comprimento?

A10: Cinco.

P: Então coloca cinco cubinhos juntos. (A10 coloca os cubinhos) Qual é a largura?

A3: Três.

P: Certo. A10 acrescenta cubinhos à construção para ficares com uma largura de três cubinhos. (A10 coloca os cubinhos) Quanto cubinhos adicionaste?

A10: Dez.

P: Então quantos cubinhos tens ao todo?

A10: Quinze.

P: Verifica se multiplicares a largura e o comprimento dá-te o número de cubinhos que tens?

A10: Dá.

P: E porquê?

(...) A17: Porque tivemos de colocar cinco cubinhos três vezes.

P: Exatamente. Percebeste A10?

A10: Sim.

P: Mas qual a dimensão que ainda nos falta?

A10: A altura.

P: Que é?

A10: Dois.

P: Então coloca lá. (A10 finaliza a construção). Quantos cubinhos colocaste?

A10: Quinze, para ao todo termos trinta.

P: Então que cálculo está por trás?

(...) A10: (...) temos de multiplicar o comprimento, a largura e a altura.

Além disso, foi possível observar que os alunos que obtiveram mais sucesso nesta tarefa foram aqueles que apresentaram maior destreza na manipulação do material durante as tarefas iniciais. Isto sugere que, para muitos, a compreensão do conceito de volume pode estar intimamente relacionada com a experiência concreta de manipulação do material didático MAB como facilitador da transição para a abstração matemática.

Na última etapa da sessão, os alunos foram desafiados a aplicarem os conhecimentos adquiridos para determinarem o volume de objetos do quotidiano com a forma de paralelepípedo, nomeadamente de caixas de chá, de caixas de massa de lasanha, de pacotes de sumo e de embalagens de bolachas (Figura 5). Esta tarefa revelou-se eficaz em aumentar o interesse e a motivação dos alunos, que demonstraram maior envolvimento ao reconhecerem a aplicabilidade direta dos conceitos matemáticos ao mundo real.

Figura 5

Medições de A9 e A16



No entanto, surgiram algumas limitações relacionadas com a precisão dos cálculos. Ao realizarem medições dos objetos, cerca de 28% dos alunos tiveram dificuldades em lidar com a precisão de medidas reais. Esta etapa evidenciou a necessidade de reforçar as competências associadas à medição, aspetos essenciais para a compreensão completa do conceito de volume.

A terceira sessão, teve como objetivo fazer uma avaliação dos conhecimentos adquiridos, utilizando uma metodologia ativa – gamificação. Através de uma atividade lúdica, inspirada numa caça ao tesouro com base na dinâmica de *escape room*, os alunos foram desafiados a resolver uma série de tarefas relacionadas com o cálculo do volume de paralelepípedos. Cada desafio superado permitia o acesso a uma nova pista, conduzindo progressivamente ao objetivo final: a “caixa do tesouro”, que continha ovos de chocolate alusivos à Páscoa.

3.3 Sessão formativa n.º 4

Esta sessão teve como objetivo introduzir o conceito de volume do cilindro, partindo da compreensão do volume do paralelepípedo, incentivando a generalização da fórmula para o cilindro.

Na primeira fase da sessão, foi realizado um *brainstorming* para clarificar o conceito de cilindro. Os alunos foram convidados a partilharem as suas conceções iniciais sobre este sólido geométrico, e as suas respostas revelaram uma compreensão geral de que o cilindro possui duas bases circulares e uma superfície lateral curva que une essas bases.

Após a clarificação da definição, a sessão prosseguiu com a revisitação da fórmula de cálculo do volume do paralelepípedo. Os alunos foram desafiados a utilizar este conhecimento prévio para descobrirem a fórmula do volume do cilindro, recorrendo à ideia de que, também neste caso, o volume resulta da multiplicação da área da base pela altura. Esta tarefa revelou-se estimulante para a maioria dos alunos, demonstrando boa capacidade de raciocínio ao reconhecerem que a área da base do cilindro correspondia à área do círculo ($A = \pi r^2$). Contudo, 39% alunos apresentaram dificuldades em se lembrarem que a área de um círculo é expressa pela fórmula πr^2 , o que levou à necessidade de se reforçar esse conceito.

P: (...) A7, o que é que não tinhas entendido então?

A7: Não percebi de onde apareceu esse πr^2 .

P: Qual é a fórmula mais geral para o cálculo de volumes de sólidos com duas bases?

A7: A Base x h ?

P: Exatamente! Qual é a figura geométrica que encontras na base do cilindro?

A7: Um círculo.

P: E como calculas a área de um círculo?

(...) A11: É πr^2 .

P: Isso mesmo. A7, percebeste agora de onde veio?

A7: Sim, agora sim.

Na fase final, os alunos receberam latas cilíndricas para medir o raio da base e a altura (Figura 6), calculando o volume correspondente a cada lata utilizando a fórmula que tinham acabado de deduzir ($V = \pi r^2 h$). Observou-se que cerca de 72% dos alunos conseguiu identificar corretamente as dimensões da lata, embora os restantes apresentassem dificuldades na medição do raio, frequentemente confundindo-o com o diâmetro. No que respeita ao cálculo do volume, 78% dos alunos foram capazes de aplicar corretamente a fórmula, revelando uma boa assimilação da relação entre a área da base e a altura no contexto cilíndrico.

Figura 6

Medições de A2 e A4



3.4 Sessão formativa n.º 5

O principal objetivo desta sessão foi introduzir o conceito de capacidade em termos matemáticos, estabelecendo a conexão deste conceito com o volume e as unidades de medida associadas, como o litro e o decímetro cúbico. A sessão envolveu uma combinação de exploração teórica e prática, permitindo aos alunos construir uma compreensão mais sólida sobre a relação entre volume e capacidade.

Na primeira fase da sessão, foi apresentada a definição da palavra "capacidade" através do dicionário, sendo estabelecida uma ponte com o seu significado matemático, que remete para o espaço interior de um corpo e a grandeza desse espaço em relação ao que pode conter. Esta introdução teve um impacto positivo na familiarização dos alunos com o termo, visto que 89% da turma conseguiu identificar rapidamente a conexão entre a capacidade e o volume, associando o conceito às experiências do dia-a-dia, como a capacidade de recipientes domésticos.

Seguiu-se uma tarefa de investigação prática onde os alunos identificaram o volume de uma embalagem de leite com capacidade de 1 litro (Figura 7). Nesta tarefa, os alunos foram orientados a medirem as dimensões da embalagem e a calcularem o volume em centímetros cúbicos (cm^3), com o objetivo de relacionar esse valor com o litro, uma unidade de capacidade amplamente utilizada. Durante esta tarefa,

observou-se que, enquanto a maioria dos alunos conseguiu medir corretamente as dimensões e aplicar a fórmula do volume ($c \times l \times h$), contudo 39% destes tiveram dificuldade na precisão das medições, o que levou a resultados ligeiramente discrepantes. Este aspeto foi explorado em grande grupo, promovendo uma discussão sobre os possíveis erros de medição e sobre o volume da própria embalagem, que pode afetar o cálculo total. Tal reflexão contribuiu para o desenvolvimento da capacidade crítica dos alunos na análise de resultados experimentais.

P: Qual foi então o valor aproximado do volume do pacote de leite?

A15: 1000 cm³.

P: E se convertermos para dm³?

A1: 1 dm³.

P: Qual é a capacidade da embalagem?

A6: 1 litro.

P: Vamos verificar! (P verte o conteúdo da embalagem para um copo medidor) A6 vem cá ver a medida indicada no copo medidor.

A6: Aqui diz 1 litro.

P: Então que relação podemos estabelecer entre o dm³ e o litro?

A15: Que 1 dm³ é igual a 1 litro.

P: Boa, 1 dm³ de volume corresponde a 1 litro de capacidade.

Figura 7

Medição de A11



Ao compararem o volume calculado em cm³, posteriormente convertido para 1 dm³, com a capacidade de 1 litro, os alunos tiveram a oportunidade de aprofundar a sua compreensão sobre a equivalência entre as unidades de volume e capacidade.

A sessão foi concluída com alguns exercícios de conversão entre unidades de volume e capacidade, como conversões entre mililitros (ml) e centímetros cúbicos (cm³), e entre litros (l) e decímetros cúbicos (dm³). Este exercício revelou variações no nível de autonomia dos alunos: enquanto 67% da turma conseguiu realizar as conversões de forma correta e fluente, os restantes mostraram-se menos à vontade com os cálculos, revelando dificuldades em aplicar as operações necessárias para realizar as conversões com eficácia. Estes alunos necessitaram de mais tempo e apoio individual para completar as tarefas.

3.5 Grupo focal

Foram realizadas entrevistas de grupo focal com seis alunos, organizados em dois grupos de três. As entrevistas exploraram as percepções dos alunos sobre a metodologia, suas concepções, vivências e opiniões.

A análise qualitativa dividiu-se em três categorias: compreensão das tarefas, eficácia dos materiais utilizados e envolvimento dos alunos. Essa abordagem permitiu aprofundar as nuances das respostas e a eficácia pedagógica dos métodos adotados.

As entrevistas revelam que os alunos percebiam uma maior facilidade na compreensão das tarefas que envolvem materiais concretos do cotidiano. Um dos exemplos mais significativos foi relatado por A5, que destacou a visualização proporcionada pelos cubinhos de MAB. A5: "Acho que foi mais fácil porque vimos as construções a crescerem e vimos quantos cubinhos eram acrescentados para descobrir o volume". Este relato é complementado pela resposta de A1, na primeira entrevista, ao comparar a medição de sólidos reais com imagens nas folhas de atividades. A1: "[...] existem [...] sólidos assim esquisitos de ver nas fichas e os objetos consegue ver como são na realidade e assim já não te enganas". Esta troca pode evidenciar que a manipulação de objetos físicos facilitou a visualização de conceitos complexos, como o volume, permitindo uma maior precisão na resolução das tarefas.

Os alunos indicaram, de forma geral, que as tarefas práticas aumentaram o seu interesse pela Matemática. A3: "É muito mais divertido estarmos a usar materiais diferentes". Já A1 sublinhou a importância de compreender os volumes dos objetos utilizados no seu cotidiano, "Deu para ficarmos a saber os volumes das coisas que usamos em casa e assim" (A1). Estes últimos dois depoimentos sugerem que o uso de materiais concretos, especialmente os relacionados com o dia a dia dos alunos, aumentou o seu envolvimento nas atividades, tornando o processo de aprendizagem mais significativo.

Os alunos reconheceram que os materiais utilizados ajudaram significativamente na compreensão dos conceitos de volume e medida. A1 expressou a importância de nunca mais se esquecer de que "1 litro é igual a 1 decímetro cúbico". Este testemunho pode revelar que os materiais concretos reforçaram a compreensão de relações entre diferentes unidades de medida, de forma a garantir a retenção a longo prazo do conhecimento. A2 complementou esta ideia demonstrando uma compreensão mais clara da fórmula de cálculo do volume de prismas. A2: "Agora sei que não me posso esquecer de saber a medida dos '3 lados' dos objetos para saber o volume".

Os alunos manifestaram interesse pelos materiais utilizados durante as aulas. A1: "Eu quando (...) via [o professor] a entrar na sala com o saco na mão ficava sempre curiosa para saber o que ia sair de lá, porque primeiro foram uns cubinhos, depois embalagens de lasanha e assim.". Este relato sugere que a introdução de novos materiais gerava expectativa e curiosidade nos alunos, o que pode ter contribuído para o aumento do seu envolvimento nas tarefas.

3.6. Resumo dos Resultados das Sessões Formativas

As sessões formativas demonstraram a progressão dos alunos na compreensão do conceito de volume, partindo da manipulação concreta dos cubinhos do MAB até à formulação e aplicação de fórmulas matemáticas. Observou-se que o uso de materiais concretos facilitou a visualização e o envolvimento dos alunos, enquanto as dificuldades estiveram associadas principalmente à precisão das medições e à operacionalização de conceitos mais abstratos, como a multiplicação de três fatores e o cálculo do volume do cilindro. A conexão entre volume e capacidade também foi reforçada, evidenciando o valor da contextualização no ensino da Matemática.

Tabela 1

Síntese dos resultados

Sessão Formativa	Objetivo Principal	Resultados Principais	Dificuldades Identificadas	Observações / Recomendações
1	Introdução ao conceito de volume com cubinhos MAB	Alunos perceberam que diferentes formas podem ter o mesmo volume; manipulação facilitou a compreensão do conceito.	Algumas dúvidas iniciais sobre equivalência de volumes.	Reforçar exploração concreta antes da abstração.
2 e 3	Volume do paralelepípedo e fórmula $V = c \times l \times a$	89% identificaram dimensões e volumes; 72% conseguiram formular a expressão do volume; boa transição para matemática simbólica.	Dificuldades na multiplicação de três fatores; precisão nas medições.	Trabalhar mais aritmética básica e competências de medição.
4	Introdução ao volume do cilindro e dedução da fórmula $V = \pi r^2 h$	72% identificaram corretamente dimensões; 78% aplicaram a fórmula do volume do cilindro; boa compreensão do conceito.	39% não lembraram fórmula da área do círculo; confusão raio vs diâmetro.	Reforçar conceitos geométricos e distinção das medidas.
5	Relação entre volume e capacidade, unidades (litro e dm^3)	89% relacionaram volume e capacidade; 67% fizeram conversões corretamente; compreensão da equivalência $1 dm^3 = 1$ litro.	Dificuldades na precisão das medições e conversões para alguns alunos.	Maior prática em medições e conversão de unidades.
Grupo focal	Avaliação qualitativa da metodologia e percepções dos alunos	Alunos preferem manipulação concreta; gamificação aumenta motivação; mediação do professor é fundamental.	Dificuldades com tarefas de medição e interpretação abstrata.	Manter materiais concretos e gamificação; suporte individual.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve como objetivo analisar o impacto de metodologias ativas e materiais manipuláveis no ensino e aprendizagem do conceito de volume em alunos do 6.º ano do 2.º CEB. A investigação centrou-se em compreender o contributo do uso de materiais concretos, como o MAB e objetos do quotidiano, na transição dos alunos de uma compreensão prática e concreta para uma abordagem mais abstrata e formal do conceito de volume, incluindo a utilização de fórmulas matemáticas.

A manipulação prática do MAB permitiu que os alunos compreendessem a equivalência volumétrica entre sólidos diferentes, o que está alinhado com as ideias de Battista (2003; 2007) e com a importância do desenvolvimento do pensamento espacial para a aprendizagem da geometria. Esta abordagem contribui para uma construção de conhecimento mais concreta, conforme defendido por Botas e Moreira (2013) e Gomes e Ralha (2004).

A aplicação de tarefas com objetos do quotidiano reforçou a relevância dos conteúdos matemáticos no contexto real dos alunos, valorizando a ligação entre a matemática e o dia a dia, conforme salientam Camacho (2013) e Ponte e Quaresma (2012). Esta conexão prática aumentou a motivação dos alunos e facilitou a compreensão, corroborando ainda as conclusões de Ferri (2010) sobre a importância da experiência matemática na aprendizagem.

Apesar das dificuldades observadas na operação com múltiplos fatores e na conversão de unidades, os alunos demonstraram capacidade para relacionar as experiências práticas com a formalização matemática, deduzindo a fórmula do volume do paralelepípedo, em consonância com as abordagens defendidas por Sousa (2015) e Mascarenhas (2011).

A sequência didática, que privilegia o percurso do concreto para o abstrato, com o suporte visual e manipulação, revelou-se eficaz para o desenvolvimento do raciocínio geométrico e espacial, conforme destacado por Matos e Serrazina (1996) e Moreira e Oliveira (2003). Além disso, as metodologias adotadas fomentaram a autonomia dos alunos, incentivando a construção ativa do conhecimento, em linha com a perspetiva de Shulman (1989) e Morgado (2016).

Em suma, o uso de materiais manipuláveis e tarefas práticas demonstrou ser uma estratégia eficaz para promover aprendizagens significativas do conceito de volume, consolidando a relação entre teoria e prática e aproximando o conhecimento matemático da realidade dos alunos. Para futuros trabalhos, recomenda-se a manutenção destas abordagens, com ênfase na ampliação das atividades práticas e na criação de espaços de discussão que reforcem a reflexão e autonomia dos estudantes, conforme sugerem Amado e Freire (2014) e Silva, Veloso e Keating (2014).

REFERÊNCIAS

- Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.
- Amado, J. & Freire, I. (2014). Estudo de Caso na Investigação em Educação. In J. Amado (coord.), *Manual de investigação qualitativa em educação*, 121-142. Universidade de Coimbra. <http://hdl.handle.net/10316.2/35271>
- Battista, M.T. (2003). Understanding Students' Thinking about Area and Volume Measurement. In Clements, D.H. & Bright, G. (Ed.) *Learning and Teaching Measurement: 2003 Yearbook* (pp. 122-142). National Council of Teachers of Mathematics.
- Battista, M.T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In Lester, F. (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 843-908). National Council of Teachers of Mathematics.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.

- Botas, D., & Moreira, D. (2013). A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática – Um estudo no 1º Ciclo. *Revista Portuguesa de Educação*, 26(1), 253-286. <https://doi.org/10.21814/rpe.3259>
- Brocardo, J & Mendes, F. (coord.). (2007). *A Geometria nos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Fotoarte, LDA.
- Camacho, N. M. F. P. (2013). *A matemática e as suas conexões com o quotidiano: À descoberta da matemática no dia-a-dia* [Relatório de estágio de Mestrado, Universidade da Madeira]. DigitUMA. Disponível em <http://hdl.handle.net/10400.13/368>.
- Cascalho, J., Melo, T. & Teixeira, R. (2013). Estabelecer conexões com outras áreas e domínios do currículo: Uma forma de cativar as crianças para a aprendizagem da Matemática. *Educação e Matemática* 124, 12-18.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). Macmillan.
- Dean, S. (2008). Using Non-Traditional Activities to Enhance Mathematical Connections. Math in the Middle Institute Partnership - Action Research Project Report. University of Nebraska-Lincoln.
- Estrela, A. (1994). *Teoria e Prática de Observação de Classes. Uma estratégia de Formação de Professores*. Porto Editora.
- Ferri, R. B. (2010). Experiência matemática: Como os alunos podem ganhar acesso à matemática. *Educação e Matemática*, 113, 30–36. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1897/1938>.
- Gómez, G. R., Flores, J.G. & Jimenez, E. G. (1996). Metodología de la investigación cualitativa. Ediciones Aljibe.
- Gomes, A. & Ralha, E. (2004). Geometria No Espaço e Noções Topológicas [Review of Geometria No Espaço e Noções Topológicas]. In *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico* (pp. 303-332). Lidel
- Lüdke, M. & André, M. (1996). *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. EPU
- Mascarenhas, D. F. (2011). *Dificuldades e Estratégias de Ensino e Aprendizagem da Geometria e Grandezas no 5.º Ano de Escolaridade do Ensino Básico* [Dissertação de doutoramento]. Universidade de Granada.
- Matos, J. & Gordo M. (1993) Visualização espacial: algumas actividades. *Educação e Matemática*, 26, 13-17.
- Matos, J. M. & Serrazina, M. L. (1996). *Didática da Matemática*. Universidade Aberta.
- Ministério da Educação. (2021). *Aprendizagens Essenciais Matemática – 2.º Ciclo do Ensino Básico, 6.º ano*. Direção-Geral da Educação.
- Moreira, D., & Oliveira, I. (2003). Iniciação à Matemática do Jardim de Infância. Universidade Aberta.
- Morgado, J. C. (2016). O professor como decisor curricular: De ortodoxo a cosmopolita. *Revista Tempos e Espaços em Educação*, 9(18), 55-64. <https://doi.org/10.20952/revtee.2016v19iss17pp55-64>
- Ponte, J. P. (2010). Conexões no Programa de Matemática do Ensino Básico. *Educação e Matemática*, 110. <http://hdl.handle.net/10451/4071>
- Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2012). O Papel do Contexto nas Tarefas Matemáticas. *Interacções* 22, 196-216
- Shulman, L. S. (1989). Towards a Pedagogy of Substance. *American Association for Higher Education Bulletin*, 41, 8-13.
- Silva, I. S., Veloso, A. L., & Keating, J. B. (2014). Focus group: Considerações teóricas e metodológicas. *Revista Lusófona de Educação*, 26, 175-189.
- Sousa, D. (2015). *Educação Matemática Realista: Uma Abordagem para o Ensino de Volumes*. Almedina.