

CURSO DE SÉRIES NUMÉRICAS: ESTRUTURA MODULAR, TREINO E AVALIAÇÃO SUMATIVA COM STACK

NUMERICAL SERIES COURSE: MODULAR STRUCTURE, TRAINING, AND SUMMATIVE ASSESSMENT WITH STACK

CURSO DE SERIES NUMÉRICAS: ESTRUCTURA MODULAR, PRÁCTICA Y EVALUACIÓN SUMATIVA CON STACK

Pedro Silva¹[0000-0002-6018-576X]

António Sousa²[0000-0003-2015-7980]

Jorge Mendonça³[0000-0002-8359-139X]

Fernando Carvalho⁴[0000-0001-8408-830X]

J. M. Magalhães⁵[0000-0001-9057-6967]

Vitor Cardoso⁶[0009-0008-8309-9670]

¹ISEP-IPP e INESC TEC, Portugal, mps@isep.ipp.pt

²ISEP-IPP e LEMA, Portugal, ats@isep.ipp.pt

³ISEP-IPP, Portugal, jpm@isep.ipp.pt

⁴ISEP-IPP, Portugal, fjc@isep.ipp.pt

⁵ISEP-IPP, Portugal, jdm@isep.ipp.pt

⁶ISEP-IPP, Portugal, vcc@isep.ipp.pt

Resumo

Enquadrado no contexto das unidades curriculares de Matemática, este trabalho apresenta o desenvolvimento de um curso online/b-learning sobre séries numéricas, concebido para melhorar a articulação entre teoria e prática e promover o trabalho autónomo dos estudantes. Dando resposta à necessidade de materiais de aprendizagem multimédia inovadores, o curso foi estruturado de forma modular, inspirada no conceito de microaprendizagem proposto por Badrul Khan. Foram desenvolvidos recursos multimédia e, utilizando a plataforma Moodle e a ferramenta STACK, foram implementados exercícios gerados dinamicamente, permitindo treino adaptativo e avaliação sumativa automática. O curso pode ser usado de forma autónoma ou integrado em unidades curriculares, apoiando o ensino e a aprendizagem de tópicos sobre séries numéricas.

Palavras-chave: B-learning, Microaprendizagem, Moodle, Séries numéricas, STACK

Abstract

Within the context of Mathematics courses, this work presents the development of an online/b-learning course on numerical series, designed to enhance the connection between theory and practice and promote students' autonomous work. Addressing the need for innovative multimedia learning materials, the course was structured in a modular way, inspired by the microlearning concept proposed by Badrul Khan. Multimedia resources were developed, and using the Moodle platform and the STACK tool, dynamically generated exercises were implemented, allowing for adaptive training and automatic summative assessment. The course can be used autonomously or integrated into curricular units, supporting the teaching and learning of topics related to numerical series.

Keywords: B-learning, Microaprendizagem, Moodle, Séries numéricas, STACK

Resumen

En el contexto de las asignaturas de Matemáticas, este trabajo presenta el desarrollo de un curso online/b-learning sobre series numéricas, diseñado para mejorar la conexión entre teoría y práctica y fomentar el trabajo autónomo de los estudiantes. En respuesta a la necesidad de materiales de aprendizaje multimedia innovadores, el curso se estructuró de forma modular, inspirado en el concepto de microaprendizaje propuesto por Badrul Khan. Se desarrollaron recursos multimedia y, utilizando la plataforma Moodle y la herramienta STACK, se implementaron ejercicios generados dinámicamente, lo que permite un entrenamiento adaptativo y una evaluación sumativa automática. El curso puede utilizarse de forma autónoma o integrarse en asignaturas, apoyando la enseñanza y el aprendizaje de los temas relacionados con las series numéricas.

Palabras-clave: B-learning, Microaprendizaje, Moodle, Series numéricas, STACK

1 INTRODUÇÃO

No mundo em constante transformação em que vivemos, a educação e a formação profissional têm acompanhado o ritmo ditado pela tecnologia, redefinindo as fronteiras da sala de aula tradicional. O e-learning, ou aprendizagem eletrónica, emergiu como um pilar fundamental nesta revolução, aproveitando o poder da internet e dos dispositivos digitais para tornar o conhecimento mais acessível e flexível (Athaya et al., 2021; Leong et al., 2021). Esta modalidade permite que a aprendizagem aconteça a qualquer hora e em qualquer lugar, adaptando-se muitas vezes ao ritmo individual do formando através de plataformas repletas de vídeos, textos interativos e avaliações (Schneider & Council, 2021). Contudo, o panorama atual da aprendizagem vai muito além desta modalidade inicial, englobando uma miríade de abordagens que combinam o melhor do digital com o presencial. O b-learning, ou blended learning, exemplifica esta fusão, integrando sessões online com encontros físicos, aproveitando a flexibilidade do digital e a riqueza da interação face a face, para criar uma experiência de aprendizagem mais completa e socialmente rica. É uma ponte entre dois mundos que otimiza a aquisição de competências, especialmente em contextos que exigem aplicação prática ou discussão aprofundada.

Neste cenário multifacetado, ferramentas como o Moodle desempenham um papel crucial. O Moodle, uma das plataformas de gestão de aprendizagem (LMS) mais amplamente utilizadas, disponibiliza uma infraestrutura digital robusta para hospedar e gerir cursos, facilitar a interação entre formadores e formandos e disponibilizar uma vasta gama de recursos educativos (Cavus, 2015; Athaya et al., 2021). A sua versatilidade permite a implementação de cursos puramente e-learning, bem como modelos b-learning complexos, funcionando como um centro de recursos que organiza conteúdos, atividades e avaliações.

A evolução contínua destas plataformas e das metodologias pedagógicas também impulsionou o crescimento da microaprendizagem (Cooper, 2022). Caracterizada pela entrega de conteúdos em "pequenas doses" ou "pílulas de conhecimento", a microaprendizagem é ideal para o consumo rápido e eficaz de informações, frequentemente através de dispositivos móveis (Khlaif & Salha, 2021; Yendra et al., 2024). Seja um vídeo curto a explicar um conceito específico, um infográfico conciso ou um questionário rápido, este formato adapta-se perfeitamente às agendas preenchidas e à necessidade de atualização contínua, permitindo que a aprendizagem se integre de forma fluida no dia a dia (Huang & Janakiraman, 2024). Ao serem integrados em plataformas como o Moodle, estes módulos de microaprendizagem podem ser organizados em percursos mais longos, ou usados como recursos de apoio pontuais, maximizando a concentração, a motivação e a retenção do conhecimento. Simultaneamente é conseguida uma minimização da sobrecarga cognitiva, e são proporcionados, com a inserção de momentos de prática no final de cada módulo, uma aprendizagem mais ativa e mecanismos facilitadores da autorregulação da aprendizagem (Choudhary & Pandita, 2024; Rof et al., 2024).

A par da disponibilização de conteúdos, a avaliação assume um papel central na validação da aprendizagem e na identificação de lacunas. É aqui que as questões STACK no Moodle se revelam academicamente estratégicas, particularmente em unidades curriculares de cariz quantitativo e científico, como a matemática, física, química ou outras mais específicas de engenharia (Sangwin, 2013; Sangwin, 2023). Longe das limitações das questões de escolha múltipla ou de resposta curta padronizada, as questões STACK permitem a formulação de problemas abertos e complexos, onde a resposta do aluno pode ser uma expressão simbólica, uma equação, ou um resultado numérico

que exige múltiplos passos de cálculo (Sousa et al., 2024; Sousa & Viamonte, 2024). A sua capacidade de gerar variações algorítmicas de um mesmo problema garante a unicidade da avaliação para cada estudante, promovendo a originalidade da resolução e dissuadindo práticas de cópia. Crucialmente, estas questões fornecem um feedback imediato, detalhado e formativo, que vai além da simples indicação de "certo" ou "errado". O sistema STACK é capaz de avaliar a estrutura da resposta do aluno, identificar erros algébricos ou de raciocínio, e atribuir crédito parcial com base na correção dos passos intermédios. Este nível de diagnóstico preciso é de grande valor para o processo de aprendizagem, permitindo que os estudantes compreendam não apenas que erraram, mas onde e porquê, fomentando uma aprendizagem mais profunda e autónoma e alinhando-se perfeitamente com princípios de aprendizagem adaptativa e personalizada, ao direcionar o foco para as áreas que necessitam de maior desenvolvimento (Kinnear et al., 2020).

Neste ecossistema de aprendizagem digital avançada, emerge uma categoria particular de indivíduos que beneficia significativamente destas inovações: os "pronetares" (De Rosnay, 2006; Cruz et al., 2009), profissionais que, pela sua própria iniciativa e pela natureza das suas carreiras, estão profundamente envolvidos com as tecnologias de rede e as utilizam ativamente para a sua formação contínua e desenvolvimento de competências. Longe de dependerem exclusivamente de formações presenciais ou impulsionadas por empregadores, os "pronetares" são proativos na busca de conhecimento, utilizando as ferramentas digitais como um motor para a sua progressão profissional e pessoal. As modalidades de e-learning e b-learning, suportadas por plataformas robustas como o Moodle, fazem parte de um terreno fértil para o seu desenvolvimento. A flexibilidade do e-learning permite-lhes encaixar a aprendizagem nas suas agendas preenchidas, enquanto o b-learning pode oferecer a interação humana, vital para aprofundar conhecimentos e networking. A microaprendizagem revela-se particularmente eficaz para os "pronetares", ao disponibilizar rapidamente informações e atualizações cruciais para se manterem competitivos em mercados de trabalho dinâmicos. Além disso, a capacidade de plataformas como o Moodle, com questões STACK, de oferecerem feedback instantâneo e diagnóstico preciso, capacita estes profissionais a autoavaliar o seu progresso e a direcionar os seus esforços de aprendizagem de forma mais eficiente. Em suma, o ambiente de aprendizagem digital, com todas as suas facetas, não só facilita a aquisição de novas competências, mas também potencia a autonomia e a curiosidade que caracterizam os "pronetares", tornando-os verdadeiros arquitetos da sua própria aprendizagem ao longo da vida.

Hoje em dia o estudante típico do ensino superior apresenta muitas características desta categoria de indivíduos, no que diz respeito ao domínio das tecnologias e à forma como desenvolve competências. Adicionalmente, os jovens adultos que encontramos nas salas de aula, apresentam, face às duas gerações anteriores, em média, intervalos de tempo mais curtos em que conseguem manter níveis elevados de concentração (Choudhary & Pandita, 2024); é vulgar encontrar indivíduos afetados pela síndrome do pensamento acelerado (Marques et al., 2024), o que também afeta a capacidade de concentração; apresentam necessidades de estímulos que a exposição em grupo pelo professor em sala de aula, bem como os materiais didáticos tradicionais contendo apenas texto, fórmulas, tabelas e imagens estáticas, não conseguem proporcionar.

Todos os dias recebemos sinais, pelo menos nas aulas das cadeiras nucleares de matemática e física, de que não é através de explicações mais ou menos demoradas no âmbito de aulas teóricas, seguidas de aulas teórico-práticas em que se faz um apanhado da teoria e das melhores práticas no âmbito da resolução de problemas, de que esta não é a forma como eles gostam de aprender – os alunos faltam às aulas teóricas e têm dificuldade em manter-se concentrados nas explicações dos professores. No entanto consomem avidamente conteúdos educacionais multimédia que encontram, por exemplo, em plataformas como o TikTok ou o Youtube.

Neste contexto, apresentamos um projeto cujos objetivos passam por: a conceção de uma estrutura modular flexível (b-learning/aprendizagem online autónoma) para um curso de séries numéricas; o desenvolvimento de materiais de aprendizagem multimédia e interativos, centrados em séries numéricas, utilizáveis em unidades curriculares de Matemática; a integração de ferramentas como o Moodle e o seu plugin STACK para treino e avaliação automática, proporcionando feedback imediato e adaptativo; a promoção da articulação entre a teoria e a prática por meio de recursos interativos e problemas dinâmicos; o estímulo do trabalho autónomo e a facilitação da autorregulação da aprendizagem pelos estudantes.

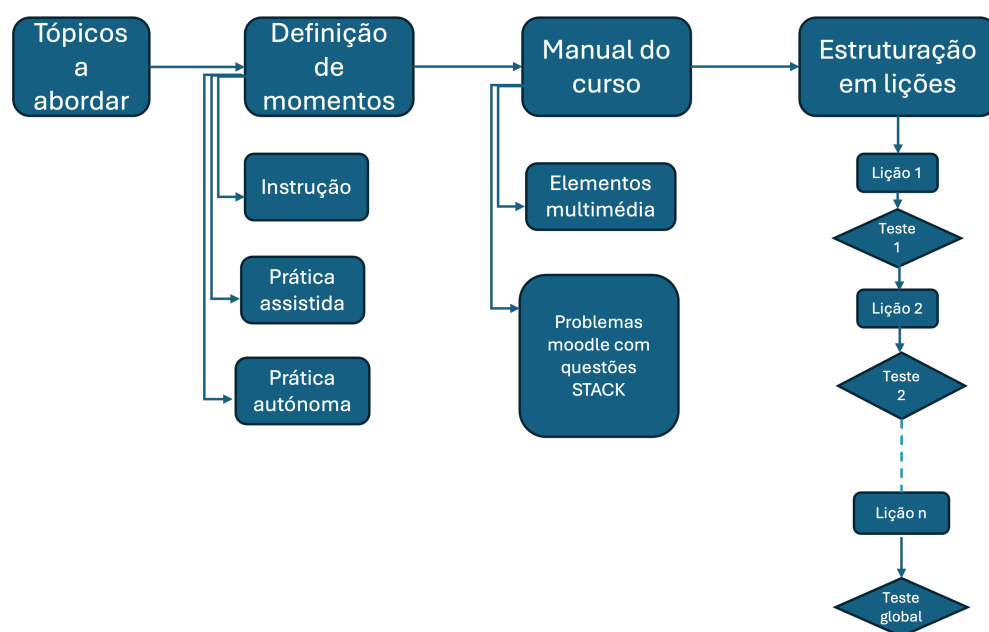
Nas secções seguintes, descrevemos a framework utilizada e os resultados que traduzem o produto a conceber.

2 METODOLOGIA

A metodologia de desenvolvimento do curso foi estruturada em várias etapas, iniciando com um levantamento dos tópicos a abordar em séries numéricas. De seguida, procedeu-se à definição, para cada tópico, dos momentos destinados à instrução, à prática assistida (resolução de problemas em sala de aula, entre pares e, sempre que necessário, com o auxílio do professor) e à prática autónoma (resolução de problemas fora da sala de aula). Um aspeto fundamental desta forma de ensinar e aprender é o respeito pelo ritmo de aprendizagem de cada aluno. Dentro e fora de sala de aula, cada aluno explora os materiais do curso, incluindo os problemas Moodle, ao seu ritmo. Foi estabelecida uma sequência pedagógica para a abordagem dos conteúdos e criou-se um "documento base" estruturante do curso. Este documento base é o manual que acompanha o aprendiz ao longo de todo o curso de séries numéricas; trata-se de um manual digital em formato "clássico", ou seja, contendo texto, fórmulas, tabelas e imagens estáticas, que, no entanto, também contém hiperligações para recursos multimédia e problemas Moodle (Figura 1). Procedeu-se à construção de um repositório de elementos multimédia explicativos, bem como ao desenvolvimento de uma base de dados de questões com geradores de enunciados dinâmicos, usando a tipologia STACK no Moodle. Foram implementados mecanismos de classificação automática, feedback imediato e recomendações de estudo. Por fim, o documento base foi organizado em lições sequenciais no Moodle, de modo a permitir uma progressão controlada – para aceder à lição $n+1$, o aluno terá que realizar um teste no Moodle relativo à lição n , e concluí-lo com uma classificação igual ou superior ao valor mínimo exigido. A metodologia em questão assenta na utilização da plataforma Moodle e de questões STACK para a geração dinâmica de problemas e avaliação automática.

Figura 1

Modelo conceptual



3 RESULTADOS OBTIDOS/ESPERADOS

Os primeiros resultados do projeto foram a lista de tópicos a abordar sobre séries numéricas (Figura 2), e a sequência pedagógica para a sua abordagem.

3.1 Curso – SÉRIES NUMÉRICAS

Este é um aspecto primordial, a partir do qual é organizada toda a estrutura modular do curso.

Figura 2

Conteúdos do curso

Séries Numéricas	
Sucessões	<ul style="list-style-type: none"> • Definição • Convergência
Séries Numéricas e Convergência	<ul style="list-style-type: none"> • Definição • Termo geral • Soma parcial de ordem n • Sucessão das Somas parciais de ordem n • Condição necessária de convergência
Séries especiais	<ul style="list-style-type: none"> • Série aritmética • Série geométrica • Série de Riemann • Série de <u>Mengoli</u> • Propriedades
Testes/Critérios de Convergência	<ul style="list-style-type: none"> • Classificação de uma série (de termos positivos, alternados e sinal arbitrário) • Critério de D'Alembert (termos positivos) • Critério de Comparação (termos positivos) • Critério de Leibniz (termos alternados) • Convergência absoluta e simples – estudo da série dos módulos

3.2 Blocos elementares do Curso

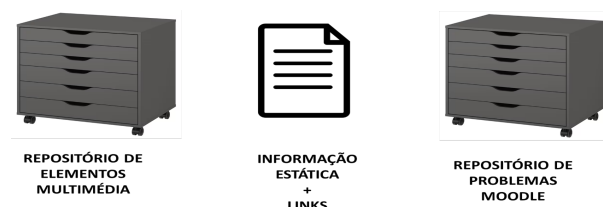
Os elementos constitutivos dos materiais didáticos deste curso sobre séries numéricas são, genericamente, de 3 tipos:

1. Blocos de informação contendo texto, fórmulas, tabelas e imagens estáticas;
2. Blocos de informação multimédia formados fundamentalmente por vídeo apresentações;
3. Problemas Moodle contendo questões, nomeadamente questões STACK.

Numa primeira fase, foi elaborado um “documento base” estruturante do curso, para o que foi necessário construir a grande maioria dos elementos do Tipo 1. Estava, no entanto, previsto desde o início, a existência, no documento base, de hiperligações para elementos multimédia e para problemas Moodle. Os elementos multimédia, bem como os problemas Moodle, à medida que são produzidos, são classificados por tópico. Formam-se, assim, 3 repositórios de elementos constitutivos de materiais didáticos: o documento base estruturante do curso, o repositório de elementos multimédia, e o repositório de problemas Moodle (Figura 3).

Figura 3

Repositórios de blocos elementares



Os elementos multimédia são concebidos com a intenção de enriquecer o documento base, que mais não é do que um manual digital global do curso, no sentido clássico, isto é, contendo informação estática. O objetivo é complementar as informações contidas neste manual e sobretudo, tornar a interação com os materiais do curso mais apelativa para os alunos.

Os problemas Moodle (Figura 4), materializados por enunciados contendo várias questões Moodle, são necessários para construir todos os materiais didáticos concebidos para confrontar os alunos com questões sobre o que estão a aprender. Consegue-se através deste questionamento frequente, promover a reflexão, o raciocínio crítico e a autorregulação das aprendizagens; consegue-se também implementar mecanismos de controlo da progressão ao longo do curso, bem como realizar avaliação formativa e sumativa.

O exemplo seguinte (Figura 4) é uma questão com 3 itens que é apresentada ao aluno (utilizador). Esta questão faz parte de um banco de perguntas do Moodle.

Figura 4

Enunciado de uma "questão" STACK

Pergunta 1

Por responder

Nota: 1.00

Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n^2}\right).$$

Responda às seguintes questões:

1. A condição necessária de convergência é verificada?

(No answer given)

2. baseado na resposta à questão 1, o que conclui acerca da natureza da série?

☐ Inconclusivo

☐ Convergente

☐ Divergente

3. A que família de séries pertence esta série: aritmética, geométrica, harmónica, Riemann ou Mengoli?

☐ (No answer given)

☐ Aritmética

☐ Geométrica

☐ Mengoli

☐ Harmónica

☐ Riemann

4. Indique o **valor calculado**, ou **"finito"** quando não é possível saber para que valor a série converge, ou **"infinito"** quando sabe que a série diverge.

NOTA: Indique as palavras dentro de aspas, como sugerido!

A produção de problemas Moodle é feita com recurso a utilização intensiva de questões STACK, tendo sido implementados mecanismos de classificação automática, feedback imediato e recomendações de estudo.

A edição de uma questão STACK é implementada em dois campos fundamentais: “Question variables” e “Texto da pergunta” (Figura 5). No primeiro campo colocam-se instruções em código Maxima, para resolução algébrica do problema e, no segundo, o enunciado da questão em texto formatado em html e fórmulas matemáticas em código LaTeX.

Figura 5
Edição de uma questão STACK_1

No variants of this question have been deployed yet.

Question variables

```

TA3: [[1, false, "Aritmética"], [2, false, "Geométrica"], [3, true, "Mengoli"], [4, false, "Harmónica"], [5, false, "Riemann"]]
else if i=5 then
TA3: [[1, false, "Aritmética"], [2, false, "Geométrica"], [3, false, "Mengoli"], [4, true, "Harmónica"], [5, false, "Riemann"]]
else
TA3: [[1, false, "Aritmética"], [2, false, "Geométrica"], [3, false, "Mengoli"], [4, false, "Harmónica"], [5, true, "Riemann"]];

/* value */
if i=6 then
TA4: "finito"
else if i=5 or i=3 then
TA4: "infinito"
else if i=4 then
TA4: k/(a+b)
else

```

Random group

a,b,k,i

Texto da pergunta

Parágrafo

Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} \right)^k$$

Responda às seguintes questões:

1. A condição necessária de convergência é verificada?
[[input:ans1]] [[validation:ans1]] [[feedback:prt1]]
2. baseado na resposta à questão 1, o que conclui acerca da natureza da série?
[[input:ans2]] [[validation:ans2]] [[feedback:prt2]]
3. A que família de séries pertence esta série: aritmética, geométrica, harmónica, Riemann ou Mengoli?
[[input:ans3]] [[validation:ans3]] [[feedback:prt3]]

Caminho: p = span

Uma questão STACK tem a particularidade de edição de uma árvore de decisão (PRT) em cada resposta (Figura 6). Esta árvore é constituída por um nó ou uma sequência de nós, onde em cada nó há 2 ramos (normalmente em função da resposta correta e errada).

Figura 6
Edição de uma questão STACK_2

Potential response tree: prt2

Question value

0.1

Auto-simplify

Sim

PRT feedback style

Standard

Feedback variables

```

/* 2) conclude about the nature of series/
if ans1=1 then
TA2: [[1, true, "Nothing"], [2, false, "Convergent"], [3, false, "Divergent"]]

```

This potential response tree will become active when the student has answered: ans1, ans2

Node 1

Description: NCC

Answer test: AtoEquiv

SAns: ans2

TAns: mcaq_correct(TA2)

Node 1 when true

Mod: 0

Score: 1

Penalty: 0

Next: [stop]

Answer note: prt2-1-T

Node 1 true feedback

Parágrafo

Caminho: p

Node 1 when false

Mod: 0

Score: 0

Penalty: 0

Next: [stop]

Answer note: prt2-1-F

Node 1 false feedback

Parágrafo

Caminho: p

Add another node

Assim sendo, os principais momentos de questionamento previstos no curso, e na unidade curricular em que ele venha eventualmente a ser integrado, são:

- Momentos de prática assistida, no interior da sala de aula;
- Momentos de prática autónoma, fora da aula – normalmente recorre-se a questões parametrizadas para se obter enunciados personalizados para cada aluno; o feedback imediato e as recomendações de estudo são muito úteis, tanto nesta situação, como na anterior (Figura 7).

Figura 7
Preenchimento das respostas e feedback

Pergunta 1
Correta
Nota: 1,00 em 1,00

Considere a série numérica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n^2} \right)$$

Responda às seguintes questões:

1. A condição necessária de convergência é verificada?
☒ Sim **Correct answer, well done.**

2. baseado na resposta à questão 1, o que conclui acerca da natureza da série?
☒ Inconclusivo
☐ Convergente
☐ Divergente
Correct answer, well done.

3. A que família de séries pertence esta série: aritmética, geométrica, harmónica, Riemann ou Mengoli?
☐ (No answer given)
☐ Aritmética
☐ Geométrica
☐ Mengoli
☐ Harmónica
☒ Riemann
Correct answer, well done.

4. Indique o **valor calculado**, ou **"finito"** quando não é possível saber para que valor a série converge, ou **"infinito"** quando sabe que a série diverge.
 NOTA: Indique as palavras dentro de aspas, como sugerido!
 finito **Correct answer, well done.**

A correct answer is: "Sim"
 A correct answer is:
 • Inconclusivo
 A correct answer is:
 • Riemann
 A correct answer is finito, which can be typed in as follows: "finito"

- A resolução de testes no final de cada lição – note-se que é exigida uma classificação mínima para ter acesso à lição seguinte;
- A realização de trabalhos pelos alunos – mais uma vez, as questões STACK permitem a produção automática de enunciados personalizados para estes trabalhos;
- A realização de testes Moodle para avaliar conhecimentos relativos a um ou vários temas de uma unidade curricular – por exemplo séries numéricas, ou integrais definidos;
- A realização de exames da unidade curricular, que mais não são do que testes Moodle globais.

A classificação automática é particularmente útil nestas 4 situações.

3.3 Lição

O curso de séries numéricas está estruturado em lições, correspondentes às partes, que em conjunto formam o todo do documento base estruturante do curso. Cada lição cobre um pequeno conjunto de tópicos sobre séries numéricas.

Numa lição, a componente de instrução é materializada pela informação de natureza estática nela contida, e pelos elementos multimédia acessíveis através de hiperligações. A lição contém também hiperligações, que conduzem a

problemas a resolver durante os momentos de prática assistida na sala de aula, hiperligações que conduzem a problemas a resolver fora da sala de aula durante os momentos de prática autónoma, e uma hiperligação conducente a um teste final da lição.

Um aluno só tem acesso à lição n+1 após obter uma classificação no teste final da lição n, igual ou superior a um dado valor mínimo exigido.

O aluno (utilizador) visualiza o separador Microaprendizagem (Figura 8).

Figura 8

Microaprendizagem-Séries numéricas

Micro aprendizagem

 Séries numéricas

 Teste 1 - Séries numéricas

 Séries numéricas - aulas teóricas para impressão

Após clicar em "Séries numéricas", o aluno visualiza o primeiro slide da lição, que introduz o "Conceito de sucessão" (Figura 9). À medida que o aluno avança na lição 1, surgem vários subtópicos com links para consulta de documentos auxiliares.

Figura 9

Séries numéricas-Início da Lição 1

Séries numéricas

Até agora obteve 0 num máximo de 0 pontos.

Conceito de sucessão

Uma sucessão é uma função que associa a cada número natural um número real, formando uma sequência ordenada de termos, geralmente representada por u_n . As sucessões podem ser definidas por uma fórmula explícita para o termo geral ou por uma regra de recorrência, em que cada termo é obtido a partir dos anteriores, por exemplo:

- u_n definida por termo geral: $u_n = 1 + \frac{1}{n+1}$
- u_n definida por recorrência: $u_n = \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases} \quad n \geq 1$

O estudo das sucessões é fundamental para compreender conceitos como limite, convergência, monotonia e limites, essenciais para analisar séries numéricas. Conhecer as propriedades e o comportamento das sucessões é indispensável para abordar o conteúdo das séries numéricas.

Material auxiliar: sucessões

Home

Anterior

Seguinte

Sair

No slide final da lição 1 (

Figura 10), o aluno tem disponível o teste 1 de resolução obrigatória.

Figura 10

Séries numéricas – Fim da Lição 1.

Séries numéricas

Até agora obteve 0 num máximo de 0 pontos.

Fim da lição

Para avançar para o próximo tema, responda à questão de avaliação seguinte.

Teste 1 - Séries numéricas











[Home](#) [Anterior](#) [Sair](#)

O aluno resolveu o teste 1 e obteve nota mínima. Tem agora disponível a lição 2 (Figura 11). Desta lição fazem parte vários quizzes correspondentes a cada subtópico. Estes quizzes, com carácter formativo, são de resolução obrigatória para ter acesso ao teste final da lição, teste 2. O aluno só tem acesso à lição seguinte depois de ser avaliado com nota mínima neste teste 2.

Figura 11

Lição 2 – Estudo das séries aritmética,...

Micro aprendizagem

-  Séries numéricas
 -  Teste 1 - Séries numéricas
-  Estudo das séries aritmética, geométrica, harmónica, Riemann e de Mengoli
 -  Quiz série aritmética
 -  Quiz série geométrica
 -  Quiz série harmónica
 -  Quiz série Riemann
 -  Quiz série de Mengoli
 -  Teste 2 - Séries especiais
-  Séries numéricas - aulas teóricas para impressão

Os quizzes, com carácter formativo, constituem momentos de prática assistida (durante a aula).

Os questionários que suportam os momentos de prática autónoma (após a aula), assumem sempre a mesma designação: "Teste os seus conhecimentos" (

Figura 12), estando disponíveis através de links incluídos nos slides da lição.

Figura 12

Lição 2 - Série aritmética

Estudo das séries aritmética, geométrica, harmónica, Riemann e de Mengoli

Série aritmética – Soma parcial e natureza

A soma dos N primeiros termos é:

$$S_N = N \frac{u_1 + u_N}{2}$$

A soma da série é:

$$S = \lim S_N$$

Dependendo do sinal de r , este limite é infinito positivo ou negativo. portanto qualquer série aritmética é divergente.

[Teste os seus conhecimentos](#)

Home

Anterior

Seguinte

Sair

Conforme referido na subsecção 3.2, as lições incluem para além da informação estática (texto, fórmulas, tabelas e figuras), elementos multimédia. A título de exemplo, no subtópico série geométrica (Figura 13), foi criado um link para o vídeo "Exemplo de crescimento exponencial".

Figura 13

Lição2 - Série geométrica

Estudo das séries aritmética, geométrica, harmónica, Riemann e de Mengoli

Série geométrica – Definição

Uma série $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ diz-se série geométrica se os seus termos estão em progressão geométrica, ou seja, cada termo, após o primeiro, é obtido do anterior multiplicando-o por uma constante fixa r :

$$u_{n+1} = u_n r \quad \forall n \geq 1$$

O número r chama-se razão da série.

A série geométrica pode ser escrita como:

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_1 r^{n-1}$$

Exemplo de crescimento exponencial

[Home](#)

[Anterior](#)

[Seguinte](#)

[Sair](#)

Este curso termina com a realização de um teste global, ao qual o aluno só tem acesso depois de ter realizado todos os testes das lições anteriores.

CONCLUSÕES E PERSPETIVAS DE TRABALHO FUTURO

O trabalho apresentado consiste na conceção de um curso sobre séries numéricas, implementado, usufruindo das possibilidades oferecidas pelas lições Moodle e pelas questões STACK, com estrutura modular, organizado para se desenvolver na modalidade de b-learning, complementando aulas presenciais com estudo online individual ou em grupo. Cada módulo do curso corresponde a um pequeno tópico, abordável em sala de aula num momento de instrução de curta duração, (idealmente, logo) seguido de prática assistida, com a consolidação da aprendizagem do tópico, a poder ser realizada após o término da aula, através de uma revisão do estudo dos materiais didáticos multimédia, e da resolução, online, de problemas gerados dinamicamente, com classificação automática, e feedback avaliativo, podendo incluir recomendações de estudo, também automático.

Este trabalho procura ser uma resposta, através da tecnologia e de abordagens ao ensino e aprendizagem inspiradas no conceito de microaprendizagem proposto por Badrul Khan, à necessidade de construir e manter organizados e atualizados, repositórios de materiais didáticos multimédia e interativos, atrativos para as novas gerações, nomeadamente sobre séries numéricas, utilizáveis no âmbito de unidades curriculares de matemática, assim como à necessidade de, através de experiências de ensino e aprendizagem inovadoras, se promover, através da concentração e da motivação, a eficácia na aquisição de novos conhecimentos e capacidades, e se fomentar o trabalho autónomo e a regulação das aprendizagens.

Das perspetivas de evolução a curto prazo fazem parte a integração do curso em unidades curriculares de cursos de engenharia, o que permitirá medir e avaliar a sua real contribuição para o ensino e a aprendizagem do tema – não sendo estritamente necessário, parece-nos altamente recomendável para o bom funcionamento do curso, a integração das aulas teóricas nas aulas teórico-práticas dessas unidades curriculares, sem perda de carga horária. Entretanto, os materiais do curso continuarão a ser melhorados, nomeadamente com a inclusão de animações implementadas por applets e com a elaboração de novos problemas Moodle. Desejamos que a estruturação deste curso por módulos e a construção de repositórios de vídeo apresentações, de outros materiais multimédia, e de problemas Moodle, abram a porta a mecanismos de colaboração, com vista à extensão da construção de repositórios, a outros temas da matemática e da engenharia, repositórios estes (re)utilizáveis pelos professores, no âmbito das suas unidades curriculares.

REFERÊNCIAS

- Athaya, H., Nadir, R. D. A., Sensuse, D. I., Kautsarina, K., & Suryono, R. R. (2021). Moodle Implementation for E-Learning: A Systematic Review. *ACM International Conference Proceeding Series*, 106–112. <https://doi.org/10.1145/3479645.3479646>
- ben Cooper. (2022). *Marginal Gains – The Microlearning for Teachers*. <https://www.youtube.com/watch?v=fWhiSvJdihk>
- Cavus, N. (2015). Distance Learning and Learning Management Systems. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 191, 872–877. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.04.611>
- Choudhary, H., & Pandita, D. (2023). Maximizing learning outcomes in the digital age: the role of microlearning for Gen Z. *Development and Learning in Organizations: An International Journal*, 38(3), 15–18.
- Cross, J. (2004). *An informal history of eLearning*. *On the Horizon*, 12(3), 103–110. <https://doi.org/10.1108/10748120410555340>
- Cruz, M., e Sá, M. A., & Moreira, A. (2009). *Pronetaires:(re) educating students to rethink society in a virtual learning platform*. In EDULEARN09 Proceedings (pp. 1729–1740). IATED.
- De Rosnay, J., & Revelli, C. (2006). *La révolte du pronétariat. Des mass média aux médias des masses*, Paris, Fayard.
- Huang, W., & Janakiraman, S. (2024). Enhancing learning and attitude toward statistics with a microlearning approach using an animated video. *Journal of Research on Technology in Education*, 1–26.
- Khlaif, Z. N., & Salha, S. (2021). Using TikTok in Education: A Form of Micro-learning or Nano-learning? *Interdiscip J Virtual Learn Med Sci*, 12(3), 213–218. <https://doi.org/10.30476/ijvlms.2021.90211.1087>
- Kinnear, G., Jones, I., & Sangwin, C. J. (2020). *Towards a shared research agenda for computer-aided assessment of university mathematics*. Mathematics Education in the Digital Age (MEDA) PROCEEDINGS, 377–384.
- Marques, F., Barbosa Neto A., [...]Souza Júnior U. (2024). *Contemporaneity and the racing thinking syndrome: Risk factors, symptoms, diagnoses and forms of treatment*. Seven Editora, 77–86.
- Rof, A., Bikfalvi, A., & Marques, P. (2024). Exploring learner satisfaction and the effectiveness of microlearning in higher education. *Internet and Higher Education*, 62. <https://doi.org/10.1016/j.iheduc.2024.100952>
- Sangwin, C. (2023). *Running an online mathematics examination with STACK*. International Journal of Emerging Technologies in Learning (Online), 18(3), 192.
- Sangwin, C. (2013). *Computer aided assessment of mathematics*. OUP Oxford.
- Schneider, S. L., & Council, M. L. (2021). *Distance learning in the era of COVID-19*. Archives of Dermatological Research, 313(5), 389–390. <https://doi.org/10.1007/s00403-020-02088-9>
- Sousa, A., Afonso, L., & Mendonça, J. (2024). *Computer Algebra System integrated in Computer-Assisted Assessment with Stack in Fourier Series experience*. In M. Golubitsky, W. Lacarnobara, C. M. A. Pinto, L. Babo, J. Mendonça, F. Carvalho, & R. Rocha (Eds.), ICMASC'24–International Conference on Mathematical Analysis and Applications in Science and Engineering (pp. 387–389).
- Sousa, A., & Viamonte, A. J. (2024). *Implementation of Moodle Stack Questions on Numerical Methods Course in an Engineering Degree*. In M. Golubitsky, W. Lacarnobara, C. M. A. Pinto, L. Babo, J. Mendonça, F. Carvalho, & R. Rocha (Eds.), ICMASC'24–International Conference on Mathematical Analysis and Applications in Science and Engineering (pp. 391–393).
- Yendra, N., Fricticarani, A., Junedi, B., & Hidayat, A. (2024). Mobile Multimedia Based–Microlearning and Assessment on Calculus to Improve Student Mathematical Understanding. *Journal of Education Technology*, 8(4), 595–602.