

ESTRATÉGIAS DESENVOLVIDAS PARA A COMPREENSÃO DE PROBLEMAS VERBAIS MATEMÁTICOS NO 1.º CEB: FASES DO MÉTODO DE POLYA E COMPONENTES DA LEITURA

Inês Trindade Monteiro

inesmonteiro_9@live.com.pt

Mestre pela ESE-P.PORTO

Daniela Filipa Martinho Mascarenhas

daniela@ese.ipp.pt

ESE-P.PORTO; inED; CeiED

Celda Maria Gonçalves Morgado

celda@ese.ipp.pt

ESE-P.PORTO; CLUP; inED

RESUMO

Sabendo-se que o Português se assume como veículo de comunicação no ensino nos países lusófonos, é primordial compreender as relações entre o Português e a Matemática, áreas que o presente estudo incide, a fim de compreender quais as estratégias que o professor deve promover e fomentar nos alunos.

Deste modo, no presente artigo, apresentar-se-ão estratégias desenvolvidas durante o presente estudo, ocorrido com duas turmas de 4.º ano/1.ºCEB, cujo enfoque incidiu na compreensão de problemas verbais, por meio da articulação do método de Polya com as componentes de compreensão na Leitura.

Durante o estudo, os elementos da amostra desenvolveram capacidades e competências de compreensão de um problema verbal através de quatro etapas articuladas: compreensão do problema/compreensão literal; estabelecimento de um plano/compreensão reorganizativa; execução de um plano/compreensão inferencial; e, por fim, verificação/compreensão crítica (Polya, 1977; Viana et al., 2010). Na fase de intervenção, as estratégias desenvolvidas foram obtidas através da metodologia preconizada, investigação-ação.

Palavras-chave: estratégias de resolução de problemas verbais; domínio meta-linguístico; competências de compreensão na Leitura; fases do método de Polya.

ABSTRACT

Knowing that Portuguese assumes itself as a vehicle of communication in teaching in Portuguese-speaking countries, it is essential to understand the relationship between Portuguese and Mathematics, areas that the present study focuses on, in order to understand which strategies the teacher should promote and encourage students.

Thus, in the present article, strategies developed during the present study will be presented, which took place with two classes of 4th grade / 1st CEB, whose focus was on understanding verbal problems, through the articulation of the Polya method reading comprehension components.

During the study, the sample elements developed skills and competencies for understanding a verbal problem through four articulated steps: understanding the problem / literal understanding; establishment of a reorganization plan / understanding; execution of an inferential plan / understanding; and, finally, critical verification / understanding (Polya, 1977; Viana et al., 2010). In the intervention phase, the strategies developed were obtained through the recommended methodology, action-research.

Keywords: verbal problem solving strategies; metalinguistic domain; reading comprehension skills; phases of the Polya method.

INTRODUÇÃO

De forma a desenvolver o país a nível económico, social e territorial, Portugal e a Comissão Europeia estabeleceram um acordo, Portugal 2020, delineando objetivos temáticos, que durante os anos em vigor, 2014 a 2020, permitiram o crescimento do país. Centrando-se no domínio *Capital Humano*, os objetivos que o orientaram foram: “reduzir o abandono escolar; reforçar o ensino profissional e a sua ligação ao mercado de trabalho; apostar no ensino superior e na formação avançada; melhorar a qualidade da educação e formação e mais sucesso educativo, mais empregabilidade” (Miguéns, 2018, p. 13).

Deste modo, durante o ano letivo 2017/2018 verificou-se que “as taxas de retenção e desistência diminuiu em todos os anos de escolaridade, com a exceção do 3.º ano que manteve os 2,2% e do 8.º ano que aumentou” 0,1% (Miguéns, 2018, p. 47). Em relação às Provas Finais, segundo o mesmo autor, realizadas nas disciplinas sujeitas às mesmas, verificou-se uma média positiva no Português (nível 3) e uma maior percentagem negativa na Prova final de Matemática (nível 2).

Consequentemente, segundo o Pisa (2018), entre 2003 e 2018, a “OCDE registou uma tendência negativa evidenciando um ligeiro decréscimo” na área curricular de Matemática (Lourenço et al., 2018, p. vii). No entanto, segundo o relatório do mesmo projeto, Portugal conquistou “três pontos acima da média da OCDE (489 pontos), embora a diferença não seja significativa” (p. vii). No que concerne, às

provas de aferição do Ensino Básico realizadas no mesmo ano, 69% dos alunos do 2.º ano de escolaridade conseguiram ter um resultado positivo nas atividades no nível de complexidade inferior e 41% nas atividades de nível superior. Já os alunos do 8.º ano registaram uma média negativa em ambos os níveis de complexidade (IAVE, 2019).

Assim, ao refletir-se sobre as dificuldades que os alunos apresentam nas tarefas matemáticas, verificam-se que as mesmas ocorrem nos enunciados dos problemas matemáticos verbais. Por conseguinte, o que distingue um enunciado verbal de um enunciado não verbal são os termos e expressões da língua materna, que podem ser articulados com situações da vida real, sendo necessário empregar a interpretação e o cálculo para conseguir solucionar a incógnita da tarefa (Correia, 2013). Neste contexto, torna-se importante aprofundar e operacionalizar no ensino a relação entre as duas áreas de saber, a Matemática e o Português.

Desta forma, surgiu o estudo que se apresenta neste artigo, que possui como problemática *a influência das competências de compreensão na leitura na resolução de problemas matemáticos*, e no qual se pretende dar resposta a duas questões-problema primordiais:

-Questão 1: De que modo as competências de compreensão leitora influenciam a resolução de problemas matemáticos?

-Questão 2: Que contributo poderá ter, para os alunos o conhecimento do método de Polya e de diferentes estratégias na resolução de problemas verbais de dois ou mais passos?

Deste modo, definiu-se o seguinte objetivo geral: averiguar se a articulação das componentes cognitivas da leitura com as fases do método de Polya e o recurso a diferentes estratégias desenvolvidas em cada fase influenciam o desempenho de competências dos alunos na resolução de problemas verbais.

Por sua vez, foram determinados cinco objetivos específicos que se tornaram no fio condutor para responder às questões iniciais e ao objetivo geral:

-Objetivo 1: Identificar as dificuldades dos alunos do 4.º ano de escolaridade na resolução de problemas verbais de dois ou mais passos;

-Objetivo 2: Compreender a influência das estratégias por componente da leitura do enunciado de problemas verbais;

-Objetivo 3: Perceber se as estruturas semântica e sintética do enunciado do problema influenciam a resolução de problemas;

-Objetivo 4: Analisar o impacto que o conhecimento e a aplicação do método de Polya pode ter no desempenho dos alunos;

-Objetivo 5: Averiguar se o conhecimento e a aplicação de diferentes estratégias de resolução de problemas influenciam o desempenho dos alunos.

Quanto à estrutura do artigo, após a revisão da literatura específica sobre conteúdos abordados ao longo deste estudo (nomeadamente a essencialidade do Português e da Matemática e da sua articulação; a resolução de problemas; e, a compreensão leitora articulada com as fases de Polya), analisar-se-ão os dados recolhidos ao longo das quatro sessões de intervenção de forma a tentar dar resposta às problemáticas mencionadas anteriormente.

1. REVISÃO DA LITERATURA

1.1. A ESSENCIALIDADE DO PORTUGUÊS E DA MATEMÁTICA E SUA ARTICULAÇÃO

Diariamente, o ser humano realiza ações que envolvem o raciocínio matemático e a comunicação verbal. A Matemática surgiu com o Homem primitivo, há mais de 20.000 anos, devido à necessidade intrínseca de determinar a quantidade de alimento necessária para os elementos de uma família, tendo que recorrer à contagem (Caraça, 1951). Paralelamente, a necessidade de comunicar promoveu o desenvolvimento da linguagem, estabelecendo-se a partir de gestos, sinais e símbolos (Oliveira, 1999). Com o decorrer do tempo, a comunicação verbal e simbólica foi evoluindo, culminando na intensificação das relações entre indivíduos, nomeadamente a partir das transações comerciais, implicando o desenvolvimento das duas ciências e da evolução do Homem. Com efeito, esta evolução permitiu que a comunicação linguística e a Matemática alcançassem o desenvolvimento que vivenciamos em sociedade, estando presentes diariamente na vida de cada cidadão e de todos, enquanto membros de uma comunidade e de uma nação.

Assim, a Matemática é uma área curricular intrínseca à formação de cada cidadão, dado que “contribui para uma cidadania responsável, ajudando os alunos a tornarem-se indivíduos não dominados mas, pelo contrário, independentes e criativos” (Matos & Serrazina, 1996, p. 19). Segundo as Aprendizagens Essenciais de Matemática (2018), quando os indivíduos apreendem as aprendizagens essenciais em Matemática, são capazes de se expressarem através da linguagem própria da Matemática, desenvolvendo “a capacidade de comunicar em Matemática, por forma a serem capazes de descrever, explicar e justificar, oralmente e por escrito, as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões que obtêm” (pp. 2-3).

Neste sentido, a língua materna “constitui um saber fundador, que valida as aprendizagens em todas as áreas curriculares e contribui de um modo decisivo para o sucesso escolar [transversal] dos alunos” (Reis et al., p. 21). Por sua vez, o *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória* (Martins et al., 2017), na área

de desenvolvimento e aquisição das competências-chave *Linguagens e textos* determina que aptidões alcançadas nesta área “permitem exprimir e representar conhecimento em várias áreas do saber, conduzindo a produtos linguísticos, (...) matemáticos” (p. 13).

Salienta-se a importância da articulação entre a Matemática e a compreensão leitora do aluno, uma vez que a comunicação Matemática se torna impossível sem a utilização da língua materna, no nosso caso o Português (Stival & Lisbôa, 2014). Assim, segundo Lorensatti (2009, citado por Stival & Lisbôa, 2014):

A leitura de textos que envolvem a Matemática, seja na conceitualização específica de objetos desse componente, seja na explicação de algoritmos, ou ainda, na resolução de problemas, vai além da compreensão do léxico: exige do leitor uma leitura interpretativa. Para interpretar, o aluno precisa de um referencial linguístico e, para decifrar os códigos matemáticos, de um referencial de linguagem matemática (p. 7).

1.2. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O ensino da Matemática deve ocorrer a partir do estabelecimento de “situações de aprendizagem Matemática no sentido de questionar, resolver problemas, discutir as suas ideias e procurar estratégias de resolução de problemas” (Aires & Pinheiro, 2015, p. 16), priorizando tarefas que desenvolvam o raciocínio matemático.

Desta forma, segundo Ponte (2005) as tarefas podem ser classificadas consoante o seu grau de organização e desafio matemático que desperta nos alunos, nomeadamente, como se pode observar na figura 1, exercício (fechada, desafio reduzido); problema (fechada, desafio elevado); exploração (Aberta, desafio reduzido); e investigação (aberta, desafio elevado) (Boavida et al, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel, 2008, p. 15).



Figura 1. Categorização das tarefas segundo Ponte (2005, p. 8)

Assim, torna-se importante definir problema. Segundo Lester (1983, citado por Borralho, 1995), um problema é uma tarefa, na qual os indivíduos se deparam com o dever de procurar uma solução. Todavia, quando uma tarefa, para alguns alunos, se transforma numa “situação rotineira, cujo o enfoque reside no treino de um algoritmo ou a aplicação de uma técnica julgada importante para a aquisição e aprofundamento de conhecimentos” (Sá et al., 2006, p. 11), denomina-se exercício.

Por sua vez, de acordo com Correia (2003), os problemas podem ser classificados conforme o seu enunciado, podendo ser:

- v. problemas simbólicos não verbais: o seu enunciado é não verbal e não possui articulação com a realidade e a sua resolução passa pela aplicação de fórmulas, generalizações ou expressões numéricas. Este tipo de problemas é iniciado por verbos como por exemplo: determina, efetua, considera;
- vi. problemas verbais: o seu enunciado é verbal e é formulado com base da narração de uma história ou de um contexto real, sendo inevitável a interpretação do enunciado linguístico para alcançar a sua resolução.

Neste pressuposto, a resolução de problemas é uma tarefa que, devido à sua estruturação, desenvolve diversas capacidades cognitivas, dado que relaciona “a organização da informação, o conhecimento de estratégias, as diferentes formas de representação a tradução de linguagens, a aplicação de vários conhecimentos, a tomada de decisões, a interpretação da solução” (Vale & Pimentel, 2004, p. 11). Deste modo, a resolução de problemas “proporciona o recurso a diferentes representações e incentiva a comunicação; fomenta o raciocínio e a justificação; permite estabelecer conexões entre vários temas matemáticos e outras áreas curriculares; apresenta a Matemática como uma disciplina útil na vida quotidiana” (Boavida et al., 2008, p. 14).

1.3. COMPREENSÃO NA LEITURA ARTICULADA COM AS FASES DO MÉTODO DE POLYA

De acordo com Vale e Pimentel (2004), a resolução de problemas e o seu ensino não incidem num único método, porém o método mais conhecido, com maior impacto e aplicabilidade no ensino da Matemática, tem sido o método desenvolvido, em 1973, pelo matemático húngaro George Polya. O presente autor defendeu o recurso a quatro etapas essenciais para a resolução de problemas, que devem ser realizadas pela seguinte ordem, com o intuito de se percorrer um caminho até alcançar a solução de problema: i) compreensão de um problema; ii) estabelecimento de um plano; iii) execução do plano; e iv) verificação do plano.

No entanto, a resolução de problemas ainda é uma tarefa complexa para diversos alunos, devido à idealização de uma estratégia e uma única solução, bem como, à ligação entre a linguagem natural e a linguagem simbólica, que obrigam a conhecimentos linguísticos para interpretar os enunciados apresentados (Österholm, 2006a). Assim, em simultâneo com o método de Polya, a resolução de problemas desenvolve as componentes cognitivas, implicadas na compreensão da leitura,

sendo estas: componente literal, compreensão de reorganização, compreensão inferencial e compreensão crítica, que se irão analisar articulando-as com as fases do método de Polya.

Desta forma, na fase de *compreensão do problema* estabelece-se ligação com a *compreensão literal*, uma vez que o aluno ao ler o enunciado do problema reconhece a sua informação, sendo capaz de identificar os dados, bem como a incógnita (Polya, 1977; Catalá, Catalá et al, Molina & Monclús, 2001, citado por Viana et al., 2010). Para tal, os alunos dão resposta às questões: “Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?” (Polya, 1977, p. 8), permitindo que, ao longo das mesmas, sejam ativados os conhecimentos prévios adquiridos ao longo da sua vida, escolar e não escolar. Neste sentido, formam uma representação mental com base numa situação já vivenciada, que permite ao aluno compreender o problema (Österholm, 2006b).

A fase de *estabelecimento de um plano* articula-se com a compreensão de *reorganização*, onde o aluno, com base na seriação da informação, anteriormente identificada e consolidada, realiza uma reorganização. Com os seus conhecimentos prévios, identifica relações entre problemas, que já tenha resolvido, para identificar a estratégia mais adequada, a fim de encontrar a solução do problema (Polya, 1977; Catalá et al., 2001, citado por Viana et al., 2010). Ao longo desta fase, vai respondendo a uma sequência de questões, que lhe permitem observar a viabilidade da estratégia selecionada, nomeadamente “Já o viu antes?”, “É possível utilizá-lo?”, “É possível reformular o problema?”, “Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante?” (Polya, 1977, p. 10).

A terceira fase, *execução de um plano*, articula-se com a *compreensão inferencial*, na qual, após as escolhas da estratégia na fase anterior, o aluno resolve o problema descobrindo se a estratégia definida foi viável ou se necessita de regressar à fase anterior (Polya, 1977; Catalá et al., 2001, citado por Viana et al., 2010), interrogando-se se será “possível verificar claramente que o passo está correto?” (Polya, 1977, p. 13).

A *compreensão crítica* é utilizada aquando da fase da *verificação*, última etapa, analisa a estratégia efetuada, verificando se a solução, e se a mesma, vai ao encontro das ideologias próprias (Polya, 1977; Catalá et al., 2001, citado por Viana et al., 2010), respondendo às seguintes questões: “É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento?” (Polya, 1977, p. 14).

De forma a clarificar a articulação entre as componentes cognitivas da Leitura e as fases do método de Polya, do mesmo modo que as competências e as estratégias estruturadas em cada uma das mesmas, apresenta-se a seguinte tabela.

Tabela 1

Síntese taxonômica da compreensão na leitura (Viana et al., 2010) articulada com as fases do método de Polya e as estratégias desenvolvidas (Fonte: adaptado de Monteiro, 2018 e citado em Monteiro, Mascarenhas, & Morgado, 2019a; Monteiro, Mascarenhas, & Morgado, 2019b)

Fases do método de Polya	Componentes cognitivas envolvidas na compreensão da Leitura	Competências / Objetivos / Metas	Estratégias
1.ª Compreensão do problema	Compreensão literal	<ul style="list-style-type: none"> -Reconhece as ideias principais do enunciado do problema -Reconhece os dados principais do enunciado; -Reconhece a sequência dos dados do problema/exercício; -Reconhece as relações de causa-efeito. 	<ul style="list-style-type: none"> -Sublinha, destaca ou rodeia a informação relevante; -Coloca entre parênteses ou risca a informação irrelevante; -Anota ao lado do problema a informação relevante ao mesmo tempo que lê/ouve ler.
2.ª Estabelecimento de um plano	Reorganização	<ul style="list-style-type: none"> -Organiza de acordo com as estratégias adequadas a informação do enunciado; -Sintetiza a informação do enunciado; -Organiza a informação segundo uma ordem relevante 	<ul style="list-style-type: none"> -Lista a informação relevante; -Realiza um esquema-síntese; -Realiza um desenho; -Regista os dados por ordem necessária à resolução;
3.ª Execução do plano	Compreensão inferencial	<ul style="list-style-type: none"> -Deduz a sequência do enunciado; -Deduz uma relação de causa-efeito; -Interpreta a linguagem figurativa. 	<ul style="list-style-type: none"> -Faz tentativas ou conjeturas; -Trabalha do fim para o início; -Faz uma experimentação; -Faz um desenho, diagrama, gráfico ou esquema.
4.ª Verificação	Compreensão crítica	<ul style="list-style-type: none"> -Formula juízos de valor sobre aceitabilidade (dos dados) -Formula juízos de validade e suficiência. 	<ul style="list-style-type: none"> -Revê as estratégias utilizadas na fase anterior e confirma o resultado, confrontando-o com experiências anteriores e reais.

Consequentemente, a compreensão de um problema e o tempo de resolução dependem do nível de conhecimento em matemática, bem como da compreensão da estrutura narrativa e da informação contida no enunciado, tornando-se evidente a articulação indispensável destas áreas do saber (Choupina, prelo).

2. O ESTUDO EXPLORATÓRIO

2.1. METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO DA INVESTIGAÇÃO

O presente estudo seguiu a metodologia de investigação-ação que implica a articulação da ação com a investigação, realizando-se a partir de um ciclo que engloba *planear, agir, observar* com o intuito de *refletir*, a fim de melhorar a prática educativa realizada nos ciclos anteriores (Coutinho et al., 2009). Ademais, dado a natureza do estudo e dos objetivos delineados, utilizou-se uma abordagem mista, aplicando-se os seguintes métodos:

-métodos qualitativos, que permitem “compreender as percepções individuais do mundo” (Bell, 2004, citado por Bento, 2012, p. 2), e que foram aplicados através da observação direta e da análise documental;

-métodos quantitativos, que “recolhem os factos e estudam as relações entre si” (Bell, 2004, citado por Bento, 2012, p. 2), e que foram recolhidos a partir de instrumentos como as entrevistas às professoras cooperantes e o teste de avaliação de conhecimento.

A investigação desenvolveu-se entre fevereiro e maio de 2018, seguindo quatro fases, (1) entrevistas às professoras titulares das duas turmas de 4.º ano de escolaridades envolvidas no estudo, aplicação do (2) Pré-teste, (3) quatro sessões de trabalho, e aplicação do (4) Pós-teste, tendo sido delineados com base nas questões-problema e nos objetivos geral e específicos formulados.

Deste modo, a recolha de informação começou com a entrevista às professoras titulares de turma, de forma a caracterizar a amostra em estudo e permitir adequar o teste de avaliação de conhecimentos aos conteúdos matemáticos, em que os elementos da amostra não apresentavam tantas dificuldades, a fim que os resultados se focassem na problemática em estudo e não em outras variáveis.

O teste de avaliação de conhecimento foi dividido em duas versões: a Versão A composta por três problemas retirados de provas finais de Matemática do 1.º CEB, do 4.º ano, e a Versão B contemplou os mesmos, contendo estes, adaptações linguísticas introduzidas pela investigadora. Salienta-se que o mesmo teste foi aplicado em dois momentos diferentes da investigação, no início (fevereiro de 2018) e no final (maio de 2018) da intervenção, e, para facilitar a identificação, denominados, respetivamente, por Pré-teste e Pós-teste. Esta opção metodológica possibilitou observar o desenvolvimento dos elementos da amostra entre os dois momentos

avaliativos. Por sua vez, a utilização de duas versões permitiu analisar a influência da compreensão da leitura e das alterações sintáticas e semânticas, na realização dos problemas matemáticos, com base da interpretação dos enunciados.

A análise das pontuações recolhidas nos testes de avaliação de conhecimento foi realizada com base da metodologia quantitativa a partir do programa *Statistical Package for the Social Sciences*, SPSS (*Statistics, version 23*). Desta forma, foi possível comparar as pontuações médias obtidas entre o Pré-teste e o Pós-teste segundo os testes estatísticos não paramétricos, visto a amostra estar no limite referenciado 30, permitindo uma atitude mais conservadora. Neste sentido, recorreu-se ao teste de Wilcoxon, teste não paramétrico para amostras emparelhadas.

Findando, realizaram-se, entre os dois momentos de aplicação do teste de conhecimento, as quatro sessões práticas com os alunos, de forma a desenvolver estratégias de resolução de problemas, bem como apresentar aos elementos o método de Polya e as componentes metalinguísticas relevantes para a interpretação dos enunciados verbais.

2.2. AMOSTRA

O estudo decorreu em duas turmas do 4.º ano de escolaridade de duas escolas do 1.º CEB, C e P, pertencentes a um Agrupamento do concelho do Porto. Notabiliza-se, que, embora os elementos da amostra pertencessem a duas turmas, os dados foram tratados como sendo um único grupo.

Desta amostra, fizeram parte 31 alunos, com idades compreendidas entre os nove e os onze anos, sendo 17 alunos do sexo masculino e 14 do sexo feminino. Do número total de alunos que integram a amostra, seis possuíam o diagnóstico de Necessidades Adicionais de Suporte, e nove alunos tinham ficado retidos ao longo do seu percurso escolar.

Os dados necessários para a caracterização do grupo foram obtidos a partir do tratamento dos dados resultantes de aplicação de entrevista às professoras titulares das turmas, referenciado anteriormente, assim como através do Plano Individual do Aluno e do Plano de Turma, podendo-se constatar as dificuldades nas duas áreas em estudo, visto não serem detentores de hábitos de estudo, impossibilitando a consolidação dos conteúdos. Paralelamente, os elementos da amostra possuíam uma enorme desmotivação em relação à aprendizagem e à escola, refletindo-se nos seus resultados académicos.

Ressalva-se, que todos os dados recolhidos aos elementos da amostra seguiram e respeitaram o código de ética e de conduta para o seu tratamento.

2.3. SESSÕES DE TRABALHO

As quatro sessões de trabalho decorreram entre os dois momentos avaliativos, ocorridos entre a segunda semana de março e a última de abril de 2018.

Na primeira sessão, os alunos conheceram as diferentes etapas da resolução de problemas verbais matemáticos, na qual em grande grupo, exploraram os enunciados de forma a compreender o que era solicitado e a recolher os dados pretendidos. Esta exploração foi realizada a partir de um percurso indicativo apresentado pela investigadora, explanado na figura 2.

Na sessão seguinte, os alunos realizaram uma ficha de tarefas, com o intuito de analisar e compreender se aprendizagem desenvolvida na sessão anterior foi apreendida pelos mesmos. Na terceira sessão, procedeu-se à exploração dos enunciados dos problemas apresentados na primeira sessão, modificados semântica e sintaticamente (Tabela 2).

Tabela 2

Problemas verbais utilizados durante a 1.ª sessão (problemas das provas finais de Matemática) e 3.ª sessão (problemas da 1.ª sessão alterados semântica e sintaticamente)

Problemas	
1.ª sessão	3.ª sessão
Alteração semântica	
<p>O Jorge tem 1360 berlindes e decidiu guardá-los em caixas iguais. Em cada caixa, podem ser guardados 24 berlindes.</p> <p>Qual é o número mínimo de caixas de que o Jorge necessita para guardar todos os berlindes?</p> <p><i>(Prova final de Matemática do 1.º ciclo do Ensino Básico, 1.ª fase, 2.º caderno, 2014, p. 6)</i></p>	<p>Em cada caixa, podem ser guardados 24 berlindes. O Jorge tem 1360 berlindes e decidiu guardá-los em caixas iguais.</p> <p>Qual é o número mínimo de caixas de que o Jorge necessita para guardar todos os berlindes?</p>
Alteração semântica e sintática	
<p>Ontem de manhã, o gato da Paula comeu metade dos biscoitos que a Paula tinha no saco. De tarde, comeu 17 dos biscoitos que restavam no saco.</p> <p>No final do dia, ficaram 15 biscoitos no saco. Quantos biscoitos havia no saco, no início da manhã de ontem?</p> <p><i>(Prova final de Matemática do 1.º ciclo do Ensino Básico, 2.ª fase, 1.º caderno, 2017, p.9)</i></p>	<p>Ontem, o gato preto e branco da Paula comeu, por volta das 8 horas da manhã, metade dos biscoitos que a Paula tinha no saco. De tarde, comeu, às 16 horas, 17 dos biscoitos que restavam no saco. No final do dia, ficaram 15 biscoitos no saco. Quantos biscoitos havia no saco, no início da manhã de ontem?</p>

Paralelamente, introduziu-se, após a etapa *Lê o enunciado*, a instrução *Risca a informação desnecessária* (Figura 2), com vista ao ensino das estratégias de apreensão em cada fase da compreensão do enunciado e do método matemático.

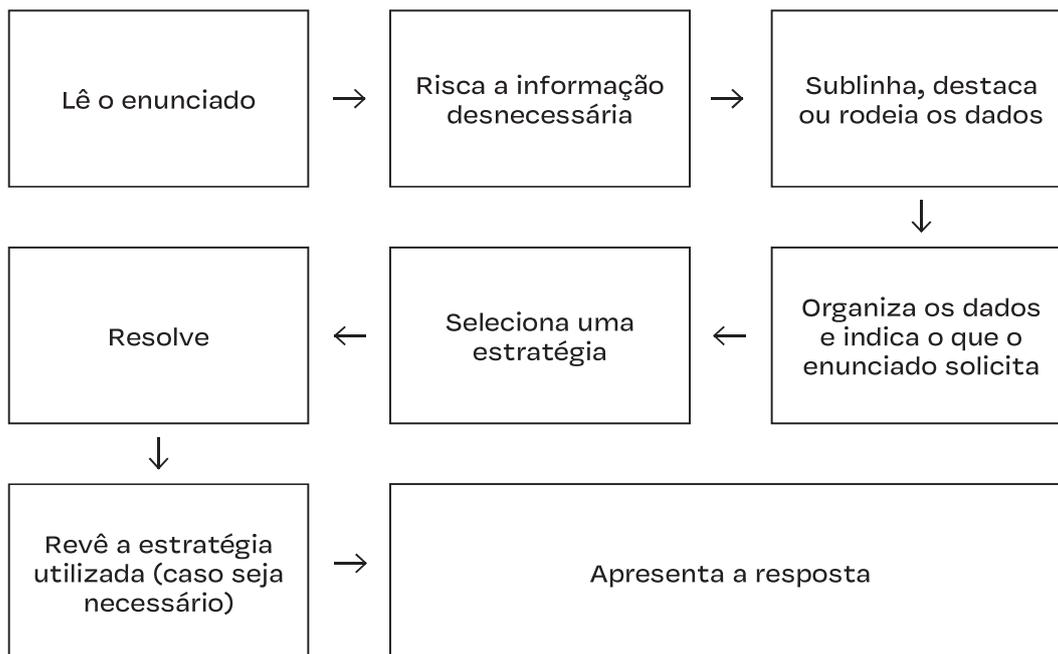


Figura 2. Tarefas a realizar em cada etapa de resolução de problemas verbais matemáticos

Por fim, na quarta sessão, os alunos realizaram uma ficha de tarefas, com vista a que a investigadora identificasse as aprendizagens adquiridas, nomeadamente as estratégias desenvolvidas pelos alunos, respeitando as fases de Polya e articulando-as com as estratégias de compreensão metalinguísticas dos enunciados verbais e as estratégias de resolução de problemas, tendo como princípio a influência destes conteúdos/estratégias para o desenvolvimento dos alunos em resolução de problemas matemáticos.

Ressalva-se, que as duas fichas de tarefas exploradas nas sessões, eram constituídas por dois problemas de provas finais de ciclo, sendo que, na quarta sessão, a investigadora alterou os problemas utilizados na segunda sessão com o objetivo de observar se os alunos compreenderam as técnicas exploradas na terceira sessão (Tabela 3).

Tabela 3

Problemas verbais utilizados durante a 2.^a sessão (problemas das provas finais de Matemática) e 4.^a sessão (problemas da 2.^a sessão alterados semântica e sintaticamente)

Problemas	
2. ^a sessão	4. ^a sessão
Alteração semântica	
<p>Numa sala, há bancos e cadeiras, num total de 12. Todos os bancos têm três pernas, e todas as cadeiras têm quatro pernas. A Paula contou todas as pernas dos bancos e das cadeiras, tendo obtido, no total, 45 pernas.</p> <p>Quantos bancos e quantas cadeiras há na sala?</p> <p><i>(Prova final de matemática do 1.º Ciclo do Ensino Básico, 2.ª fase, 2.º Caderno, 2014, p. 5)</i></p>	<p>A Paula contou todas as pernas dos bancos e das cadeiras, tendo obtido, no total, 45 pernas. Numa sala, há bancos e cadeiras, num total de 12. Todos os bancos têm três pernas, e todas as cadeiras têm quatro pernas.</p> <p>Quantos bancos e quantas cadeiras há na sala?</p>
Alteração semântica e sintática	
<p>A florista Maria vendeu, até ao meio-dia, metade dos cravos que tinha, no início da manhã, na sua loja. De tarde, vendeu 38 cravos. Ao fim do dia, quando fechou a loja, ainda tinha 25 cravos.</p> <p>Quantos cravos tinha, no início da manhã a florista Maria?</p> <p><i>(Prova final de matemática do 1.º Ciclo do Ensino Básico, 1.ª fase, 1.º Caderno, 2013, p. 9)</i></p>	<p>A florista Maria vendeu, no dia 30 de maio de 2017, até ao meio-dia, metade dos cravos que tinha na sua loja, no início da manhã. De tarde, vendeu, pelas 16 horas, 38 cravos. Ao fim do dia, quando fechou a loja ainda tinha 25 cravos.</p> <p>Quantos cravos tinha, no início da manhã, a florista Maria?</p>

2.4. APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

A apresentação dos dados obtidos será realizada a partir dos resultados alcançados pelos elementos da amostra entre o Pré-teste e o Pós-teste, analisando-se as estratégias desenvolvidas pelos alunos nos mesmos, visível na Tabela 4.

Tabela 4

Estratégias utilizadas pelos alunos ao longo das etapas de resolução articulando as fases do método de Polya e as da compreensão na Leitura, no pré- e no pós-teste

Fases do método de Polya	Componentes cognitivas envolvidas na compreensão da leitura
Compreensão do problema	Compreensão literal
<p>Lê o enunciado Risca a informação desnecessária Sublinha, destaca ou rodeia os dados</p>	
<p>Pré-teste</p> <div data-bbox="448 528 1305 629" style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> 1. A Rita tem mais 54 cromos que o Pedro. O Pedro e a Rita têm, no total 538 cromos. Quantos cromos tem o Pedro? </div> <div data-bbox="284 645 1145 745" style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> 1. A Rita tem <u>mais 54 cromos</u> que o Pedro. O Pedro e a Rita têm, no total 538 cromos. Quantos cromos tem o Pedro? </div>	<p>Pós-teste</p> <p>Estratégia utilizada, na primeira etapa, por um aluno no pré- e no pós-teste.</p>
Estabelecimento de um plano	Reorganização
<p>Organiza os dados e indica o que o enunciado solicita</p>	
<p>Pré-teste</p> <div data-bbox="491 909 778 1099" style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> $\begin{array}{r} 538 \\ + 54 \\ \hline 592 \end{array}$ </div>	<p>Pós-teste</p> <div data-bbox="815 909 1094 1099" style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> <p><i>dados</i></p> <p>538 cromos Rita 54 cromos</p> </div> <p>Estratégia utilizada, na segunda etapa, por um aluno no pré- e no pós-teste.</p>
Execução do plano	Compreensão inferencial
<p>Seleciona uma estratégia Resolve</p>	
<p>Pré-teste</p> <div data-bbox="571 1317 767 1507" style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> $\begin{array}{r} \textcircled{x} 54 \\ + 484 \\ \hline 538 \end{array}$ </div>	<p>Pós-teste</p> <div data-bbox="815 1290 1094 1514" style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> <p><i>Estratégia</i></p> $\begin{array}{r} 484 \overline{) 242} \\ 08 \\ 04 \\ 0 \end{array}$ </div> <p>Estratégia utilizada, na terceira etapa, por um aluno no pré- e no pós-teste.</p>
Verificação	Compreensão crítica
<p>Revê a estratégia utilizada; Apresenta a resposta.</p>	
<p>Pré-teste</p> <div data-bbox="528 1700 1062 1809" style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> $\begin{array}{r} 538 \\ - 54 \\ \hline 484 \end{array}$ <p>Rita tem 594 cromos</p> </div> <div data-bbox="528 1816 1062 1966" style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> <p><i>Verificação</i></p> $\begin{array}{r} 484 \\ - 242 \\ \hline 484 \end{array}$ <p>Rita tem 484 cromos</p> </div>	<p>Pós-teste</p> <p>Estratégia utilizada, na quarta etapa, por um aluno no pré- e no pós-teste.</p>

Com base nos resultados obtidos pelos alunos entre o Pré-teste e o Pós-teste (Tabela 5), verifica-se uma evolução em ambas as versões, uma vez que entre a parte A (versões originais dos problemas verbais) do Pré-teste e do Pós-teste os elementos da amostra registaram uma melhoria de 2.46 pontos na média obtida. Já na versão B (versões alteradas dos problemas verbais) ocorreu um acréscimo de 2.97 pontos na média.

Tendo em conta o teste de Wilcoxon, o total alcançado entre o Pré-teste e o Pós-teste tem associado um nível de significância de 0.004 no total da versão A e 0.000 no total da versão B, inferior a 0.05, o que leva à rejeição da hipótese nula (rejeita-se a existência de igualdade das médias nos dois momentos). Consequentemente, pela análise do intervalo de confiança de 95%, verifica-se que este não inclui o zero, podendo-se afirmar que os resultados alcançados pelos elementos da amostra são diferentes nos dois momentos avaliativos.

Tabela 5

Síntese do cruzamento dos dados entre os totais das versões dos problemas e dos momentos avaliativos.

Cruzamento de dados		Média	Desvio padrão	<i>p</i>	Decisão
Total PA vs.	PA	5.26	3.406	0.004	Rejeitar H ₀
Total PPA	PPA	7.68	3.525		
Total PB vs.	PB	5.00	3.286	0.000	Rejeitar H ₀
Total PBB	PPB	7.97	2.811		

3. REFLEXÕES FINAIS

Visando os objetivos delineados pelo ciclo de investigação-ação utilizado ao longo deste estudo, sucede-se o momento das conclusões, efetuadas com base nas reflexões realizadas sobre os resultados obtidos.

Deste modo, ao longo das sessões de trabalho foi possível observar o desenvolvimento dos alunos em relação à aquisição das competências necessárias, para operacionalizar as fases do método de Polya, sempre articuladas com as estratégias desenvolvidas durante as fases de competências da leitura. Este desenvolvimento observou-se, inclusive, na alteração da motivação dos alunos em quererem realizar as tarefas, uma vez que no momento de aplicação do Pré-teste alguns alunos, inicialmente, rejeitaram a realização do mesmo, afirmando, quando questionados, que não compreendiam o que estava redigido no problema. Consequentemente, no momento de realização do Pós-teste, os mesmos evidenciaram a necessidade de sublinhar, destacar ou aplicar as estratégias apreendidas no decorrer do estudo.

Por sua vez, ao analisar as estratégias realizadas ao longo do último momento avaliativo, e de forma a responder ao *Objetivo 4: Analisar o impacto que o conhecimento e a aplicação do método de Polya pode ter no desempenho dos alunos*, verificou-se que

os alunos assimilaram o percurso indicado pela investigadora nas diferentes fases de resolução, como se verificou no subcapítulo 2.4., nomeadamente: lê o enunciado; risca a informação desnecessária; sublinha, destaca ou rodeia os dados; organiza os dados e indica o que o enunciado pede; seleciona uma estratégia; resolve; revê a estratégia utilizada; apresenta a resposta.

Paralelamente aos resultados obtidos pelos métodos de avaliação qualitativa, as pontuações alcançadas pelos alunos nos dois momentos avaliativos, com base na média e no teste de Wilcoxon, permitem responder ao Objetivo 5: Averiguar se o conhecimento e a aplicação de diferentes estratégias de resolução de problemas influênciam o desempenho dos alunos. Assim, o conhecimento do método de Polya, interligado com as componentes da leitura e das estratégias utilizadas ao longo das quatro sessões, permitiu que os alunos melhorassem a pontuação obtida entre o Pré-teste e o Pós-teste, demonstrando o desenvolvimento de competências que possibilitou a resolução dos problemas matemáticos verbais.

Por fim, notabiliza-se que o estudo promoveu o desenvolvimento científico-pedagógico da investigadora principal, professora do 1.º CEB, uma vez que a informação alcançada no estudo, destacou a emergência da articulação entre as áreas do saber, o Português e a Matemática, dada a forte correlação entre as duas áreas. Deste modo, sendo a língua materna o veículo de comunicação oral e escrito, que possibilita a comunicação entre os falantes, é crucial investir numa aprendizagem multidisciplinar, com o objetivo de melhorar a “qualidade da educação e assegurar a excelência de todos, de modo que resultados de aprendizagem reconhecidos e mensuráveis sejam alcançados por todos, especialmente em alfabetização, cálculo e habilidades essenciais para a vida” (UNESCO, 2000, p. 20).

REFERÊNCIAS

- Aires, A., & Pinheiro, S. (2015). Tarefas Matemáticas para o ensino da estatística nos primeiros anos. *Revista eletrónica de educação e psicologia*, 6, 13–29. Disponível em http://edupsi.utad.pt/images/PDF/Revista6/Artigo_Tarefas_matem_ticas_para_o_ensino_da_estatstica_Final.pdf
- Bento, A. (2012). Investigação quantitativa e qualitativa: Dicotomia ou complementaridade? *Revista JA (Associação Académica da Universidade da Madeira-9)*, (64), 40–43.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de formação contínua em Matemática para professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Borrhalho, A., & Borrões, M. (1995). O ensino/aprendizagem da matemática: Algumas perspectivas metodológicas. *Série: Ciências Humanas e Sociais*, 4.
- Caraça, B. J. (1951). *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa: Livraria Sá da Costa.

- Choupina, C. (no prelo). Particularidades textuais dos problemas de Matemática no *design* de uma investigação sobre leitura. In A. Baptista (Ed.). *Leitura, compreensão e usabilidade dos problemas de matemática com textos bimodais mistos*. Porto: Edições Afrontamento. ISBN 978-972-36-1540-1. Capítulo IV.
- Correia, D. (2003). *Estudos experimentais sobre leitura e compreensão de problemas verbais de matemática*. Tese de Doutoramento. Faculdade de Letras, Lisboa, Portugal.
- Correia, I. (2015). *Línguas e Linguagens. Língua Gestual Portuguesa e Português*. Exedra: Revista Científica, Número temático – Educação Especial: contributos para a intervenção, 100-108.
- Coutinho, C., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M., & Vieira, S. (2009). Investigação-ação: Metodologia preferencial nas práticas educativas. *Revistas Psicologia, Educação e Cultura*, 13, 355-379.
- Lourenço, V., Duarte, A., Nunes, A., Amaral, A., Gonçalves, C., Mota, R., & Mendes, R. (2018). *PISA 2018 – Portugal. Relatório Nacional*. Lisboa: Instituto de Avaliação Educativa.
- IAVE (2019). *Resultados das provas de aferição 2018*. Lisboa: Instituto de Avaliação Educativa.
- Martins, G., Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J., Carrilho, J., Silva, L., Encarnação, M., Horta, M., Calçada, M., Nery, R., & Rodrigues, S. (2017). *Perfil dos alunos à saída de escolaridade obrigatória*. Lisboa: Mistério da Educação/Direção Geral de Educação. ISBN: 978 972 742 416 0.
- Matos, J., & Serrazina, M. (1996). *Didáctica da matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Miguéns, M. (2018). *Estado da educação 2018*. Lisboa: Conselho Nacional de Educação. ISBN: 978-989-8841-25-4
- Monteiro, I. (2018). *No futuro se faz presente*. Relatório de estágio apresentado à Escola Superior de Educação do Politécnico do Porto, Portugal. Disponível em: <http://recipp.ipp.pt/handle/10400.22/12162>
- Monteiro, I., Mascarenhas, D., & Morgado, C. (2019a). Método de Polya e estratégias de compreensão de problemas verbais. Em: *Livro de Atas: 1.º Seminário – O 1.º Ciclo do Ensino Básico: Que identidade(s)? Currículo, práticas e formação docente*, Porto, 10-11 de abril de 2019, ESE-PP, Porto, pp. 155-170. ISBN: 978-972-8969-33-2
- Monteiro, I., Mascarenhas, D., & Morgado, C. (2019b). Métodos de Polya e problemas verbais: estratégias de linearização sintático-semânticas. *Sensos-e*, 6(2), 66-89. doi: <https://doi.org/10.34630/sensos-e.v6i2.3472>
- Oliveira, M. (1999). *Vygostsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio – histórico*. (4.ª ed.) São Paulo: Scipione.

- Österholm, M. (2006a). A reading comprehension perspective on problem solving. In C. Bergsten & B. Grevholm (Ed.s), *Proceedings of the 5th Swedish Mathematics Education Research Seminar, Developing and researching quality in mathematics teaching and learning* (pp. 136-145). Linköping: Svensk förening för matematik didaktisk forskning.
- Österholm, M. (2006b). Characterizing reading comprehension of mathematical texts, 2006, *Educational Studies in Mathematics*, (63), 3, 325-346. Disponível em <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-005-9016-y>
- Polya, G. (1977). *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Editora Interciência.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Reis, C., Dias, A., Cabral, A., Silva, E., Viegas, F., Bastos, G., Mota, I., Segura, J., & Pinto, M. (2009). *Programa de Português do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Direção-Geral da Educação (2018). *Aprendizagens Essenciais de Matemática do 4.º ano de escolaridade*. Lisboa: Ministério da Educação. Disponível em
- Sá, A., Sousa, C., Oliveira, D., Cunha, I., Saleiro, J., Carneiro, L., & Silva, N. (2006). *Problemas: Estratégias de resolução de problemas*. In D. Fernandes (Coords.), *Viajar na Matemática: Programa de formação contínua em matemática para professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico*, (pp. 1-43). Porto: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto.
- Stival, J., & Lisbôa, A. (2014). A interpretação da linguagem matemática e da Língua materna: Uma arte na resolução de problemas. In *Os desafios da escola pública Paranaense na perspectiva do professor PDE*, (Online), 1. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde2012/arquivos/13221-90.pdf?PHPSESSID=515e511d75199511689389ac20e93142>.
- UNESCO (2000). *Educação para todos: O compromisso de Dakar* (2.ª ed). Brasília: UNESCO, CONSED.
- Vale, I., & Pimentel, T. (2004). Resolução de problemas. In P. Palhares (Coord.). *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico*. Lisboa: LIDEL.
- Viana, F., Ribeiro, I., Fernandes, I., Leitão, C., Gomes, S., Mendonça, S., & Pereira, E. (2010). *O ensino da compreensão leitora. Da teoria à prática pedagógica: Um programa de intervenção para o 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Coimbra: Edições Almedina S.A.